

# 주기적인 홀로그램에 입사하는 레이저빔의 크기가 주기와 유사할 때의 프라운호퍼 회절 패턴에 대한 연구

고춘수<sup>a</sup>, 임성우, 오용호

원광대학교 반도체·디스플레이학부

## Fraunhofer Diffraction Pattern of a Periodic Hologram When the Input Beam Size is Similar to the Period of the Hologram

Chun Soo Go<sup>a</sup>, Sungwoo Lim, and Yong Ho Oh

Division of Microelectronics and Display Technology, Wonkwang University, Iksan 54538, Korea

(Received January 08, 2018; Revised February 13, 2018; Accepted February 21, 2018)

**Abstract:** The ratio of the period of a diffractive element to the input beam size is a critical parameter in a diffractive beam shaper. We measured and calculated the Fraunhofer diffraction patterns of a periodic hologram with an input beam size similar to the period of the hologram. The measured intensities show very complicated patterns and are strongly dependent upon the center position of the laser beam relative to the hologram. Using a diffraction formula for a periodic hologram, we calculated the diffracted light intensities and fit them to the measured ones. The measured and calculated intensities are in good agreement even when the beam diameter of the incident laser is similar to the period of the hologram. We can therefore use this formula to estimate the output of a periodic beam shaper even under such an extreme condition.

**Keywords:** Diffractive optical element (DOE), Periodic hologram, Laser beam size, Fraunhofer diffraction

### 1. 서론

레이저는 매우 넓은 산업 분야에서 이용되고 있으며 레이저의 출력이 증가함에 따라 그 응용 분야가 넓어지고 있다. 다양한 응용을 위해서는 다양한 모양의 레이저빔이 필요한데, 이렇게 빔의 모양을 원하는 형태로 만드는 소자를 빔 성형기(beam shaper)라고 한다. 굴절이나 회절 현상 등을 이용하여 레이저의 세기 분포를 바꾼다.

홀로그램이나 격자와 같은 회절 광학 소자(diffractive optical element, DOE)는 간단한 구조로 매우 다양한

광 세기 분포를 만들 수 있으므로 이를 빔 성형기로 응용하기 위한 연구가 이루어지고 있다 [1-4]. DOE의 회절 현상은 일반적으로 프라운호퍼(Fraunhofer) 회절에 해당하는데, 이 경우에 DOE 평면에 해당하는 입력면에서의 파동과, 스크린에 해당하는 출력면에서의 파동은 서로 푸리에 변환(fourier transform) 관계에 있다. 이러한 이유로 DOE는 종종 반복 푸리에 변환 알고리즘(iterative fourier transform algorithm, IFTA)을 이용하여 설계한다 [5,6]. 그런데 IFTA로 설계한 DOE는 입사하는 레이저빔의 크기, 레이저빔과 DOE의 정렬 등에 매우 민감하다는 단점이 있다.

DOE의 투과 함수가 주기적이고 입사하는 레이저빔의 지름이 DOE의 주기보다 충분히 크다면, 회절광 세기 분포가 레이저빔과 DOE와의 정렬에 전혀 의존하지 않으므로 사용하기 매우 편리하다. 그러나 이러한 경우에는 DOE로 만들 수 있는 세기 분포에 큰 제약이 생

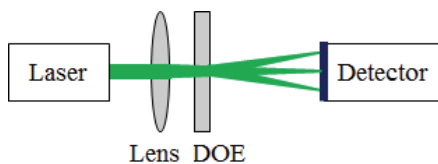
a. Corresponding author; [kosoo@wku.ac.kr](mailto:kosoo@wku.ac.kr)

긴다. 주기적인 DOE의 프라운호퍼 회절 패턴은 여러 차수들로 분리되는데 각 차수의 중심 위치에서는 광세기가 크고 그 외의 위치에서는 광세기가 거의 0이 된다. 따라서 균일하거나 또는 다른 다양한 세기 분포를 만들려면 이웃하는 차수의 회절 광들이 서로 적당히 중첩되어야 한다. 그러기 위해서는 DOE에 입사하는 레이저빔의 크기가 주기와 너무 차이가 나지 않아야 하는데, 이런 극단적인 상황에서는 주기성 자체가 의미가 없고 따라서 실제 회절광 세기 분포가 주기성을 가정한 설계치와 달라질 것으로 예상할 수 있다.

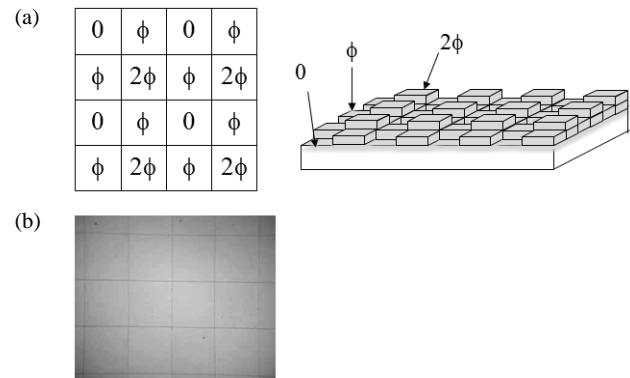
이웃하는 회절 차수의 빛들이 중첩될 때에는 각 차수의 위상이 중요한 의미를 갖게 되는데, 일반적으로 DOE를 설계할 때에는 회절 차수의 위상에 대해 고려하지 않는다. 또한 DOE의 주기와 입사광의 크기가 비슷할 때 측정된 광 세기 분포가, 주기성을 가정하고 설계한 목표치와 얼마나 일치하는가에 대한 보고가 아직 없었다. 이 논문에서는 주기적인 DOE에 입사하는 레이저빔의 지름이 주기와 비슷할 때 측정된 회절광 세기 분포에 대해 보고한다. 이러한 상황에서도 주기성을 가정한 회절 이론으로 회절 패턴을 예측할 수 있는지 알아보기 위해, 회절 차수들의 위상 값을 구하고 이를 회절 이론식에 대입하여 광 세기를 계산한 결과도 함께 보고한다.

## 2. 실험 방법

실험 장치도는 그림 1과 같다. 레이저빔을 볼록렌즈를 거쳐 회절 광학 소자(DOE)에 입사시키고 렌즈의 초점면에서 빛의 세기 분포를 측정한다. 렌즈와 측정기의 위치는 고정하고 DOE를 레이저빔의 축 방향으로 움직여 DOE 면에서의 빔의 크기를 조절한다. 광원은 파장이 543.5 nm인 He-Ne 레이저(Melles Griot 25LGR025)로서 출력은 0.20 mW이고 가우스 분포인 빔의 지름( $1/e^2$ )은 0.63 mm이며 빔의 발산도(divergence)는 1.26 mrad



**Fig. 1.** Experimental setup. A converging beam is incident on a DOE and a detector is located on the focal plane.



**Fig. 2.** (a) Phase structure(left) and 3-D diagram(right) of the grating which is used as a sample DOE and (b) microphotograph of the grating.

이다. 빛의 세기 분포를 측정하는 장치로는 빔 프로파일러(DataRay Inc. WinCamD-UCD23)를 사용하였는데, 그 화소 수는 1.4 M이고 측정 영역의 크기는 8.8×6.6 mm이다. 볼록렌즈의 초점거리는 400 mm이다. 빛의 세기가 지나치게 강할 경우에는 ND (neutral density) 필터를 측정기 앞에 설치하였다.

DOE 시료로는 우리가 제작하여 보유하고 있는 2차원 위상 격자를 사용하였으며 그 위상 구조는 그림 2와 같다. 유리판에 리소그래피와 식각 공정을 통해 두께차를 만드는데, 유리의 굴절률이  $n$ , 빛의 파장이  $\lambda$  일 때 두께차  $\Delta t$ 에 의한 위상차는  $2\pi(n-1)\Delta t/\lambda$ 이다. 그림에 표시된 위상 값  $\phi$ 는 실험 파장에 대해  $107^\circ$ 이며, 식각 공정에서의 오차에 의한 최대 위상 오차는  $\pm 4^\circ$ 이다. 격자의 주기는 330  $\mu\text{m}$ 이다.

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 측정 결과

DOE의 주기  $p$ 와 DOE에 입사하는 빔의 지름( $1/e^2$ )  $d$ 와의 비율을 변화시키며 측정한 회절광 세기 분포들을 그림 3, 4에서 볼 수 있다. 그림 3은 3차원 그래프이고 그림 4는 수평축 방향 단면도이다. 그림 3(a)는 우리가 사용한 DOE 시료의 전형적인 프라운호퍼 회절 패턴에 해당한다.  $d/p$ 의 값이 2보다 클 때 ( $\pm 1, \pm 1$ )-차 이내 9개의 강한 회절 빔들이 나타난다. 이들은 서로 분리되어 있고 그 사이에서 빛의 세기는 거의 0이다.  $d/p$ 의 값이 더 커져도 9개 빔들의 세기 비율은 변하지 않고 상대적인 폭만 감소한다.

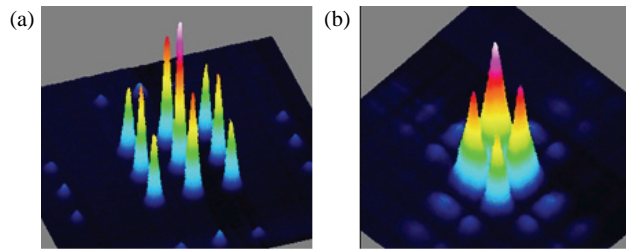


Fig. 3. Three-dimensional view of the measured diffraction patterns. (a)  $d/p=3.0$  and (b)  $d/p=1.2$ .

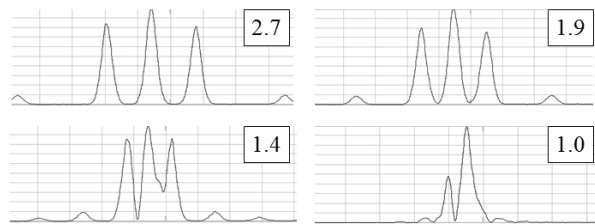


Fig. 4. Cross sections of the diffraction patterns on the horizontal axis for various ratios of  $d$  to  $p$ . The numbers in the boxes are the values of  $d/p$ . Similar patterns are obtained on the vertical axis.

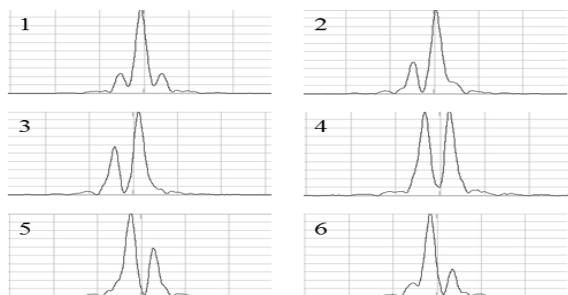


Fig. 5. Diffraction patterns for various locations of the laser beam relative to the DOE.  $d/p=1.0$ . The numbers in each graph mean the relative position. The patterns, of course, appear periodically with the period  $p$ .

$d/p$ 의 값이 2보다 작아지면 이웃하는 회절 차수의 빔들이 서로 중첩되기 시작하고 다양한 회절 패턴들이 나타난다. 그 예들을 그림 3(b)와 그림 4에서 볼 수 있다. 회절 패턴들이 매우 복잡하고,  $d/p$ 의 변화에 따른 일관성을 찾기 어렵다. 중첩된 부분의 세기 분포에서 깊은 골짜기들이 관측되는데 이는 이웃하는 회절 차수의 파동들이 중첩될 때 위상이 서로 달라 상쇄 효과가 생긴 것으로 판단된다.

$d/p$ 의 값이 작을 때 나타나는 또 다른 양상은, 회절 패턴이 DOE와 그에 입사하는 레이저빔의 상대적 위치에 크게 의존한다는 것이다. 이를 그림 5에서 확인할 수 있다. DOE를 광축과 수직 방향으로  $p/6$ 만큼씩 움직이면서 측정한 것으로 각 그림 상단의 번호가 그 상대적 위치를 나타낸다. DOE를 더 많이 움직이면  $p$ 를 주기로 회절 패턴들이 반복적으로 나타날 것을 예상할 수 있으며 실험적으로도 이를 확인하였다.

### 3.2 회절 공식을 이용한 이론적 분석

복잡한 양상을 보이는 회절 패턴들을 예측할 수 있는지 확인하기 위해 이론적으로 회절광 세기를 계산하였다. 단면의 세기 분포가 가우스 함수 형태인 레이저빔이 주기적인 DOE에 입사할 때 프라운호퍼 회절광의 파동 함수는 다음 식과 같이 된다 [7].

$$U(X, Y) = C \sum_{m,n} A_{mn} e^{i\phi_{mn}} \exp(-2\pi i [\frac{X-m\lambda D/p}{\lambda D/x_o} + \frac{Y-n\lambda D/p}{\lambda D/y_o}]) \text{Gaus}[\frac{X-m\lambda D/p}{2\sqrt{\pi}\lambda D/d}, \frac{Y-n\lambda D/p}{2\sqrt{\pi}\lambda D/d}] \quad (1)$$

여기서  $(X, Y)$ 는 출력 면(렌즈의 초점면)의 좌표이다.  $A_{mn}$ 과  $\phi_{mn}$ 는 평면파가 DOE에 입사할 때  $(m, n)$ -차 회절광의 진폭과 위상에 해당한다.  $\text{Gaus}[\ ]$ 는 가우스 함수를 나타내고  $\text{Gaus}(x, y) = e^{-\pi(x^2+y^2)}$ 이다.  $\lambda$ 는 빛의 파장이고  $D$ 는 DOE로부터 출력 면까지의 거리이다.  $C$ 는 상수이고,  $(x_o, y_o)$ 는 입력 면(DOE 평면)에서 레이저빔의 중심 위치를 나타낸다. 위 식의 유도 과정에서, 초점면을 향해 수렴하는 파동이 DOE에 입사할 때 초점면에서의 파동이 Fraunhofer 회절광에 해당한다는 것을 이용하였고 [8], 식의 정리 과정에서 복합 함수의 푸리에 변환 공식을 응용하였다 [9].

식 (1)을 보면 출력 면에서 회절광 파동이 가우스 함수들의 합으로 표현된다. 이들은 각각의 회절 차수에 해당한다.  $(M, n)$ -차에 해당하는 가우스 함수의 중심 위치는  $(m\frac{\lambda D}{p}, n\frac{\lambda D}{p})$ 이다.  $D$ 가 작아질수록 각 가우스 함수의 폭은 커지므로  $d/p$ 가 작아지면, 앞의 실험 결과에서 볼 수 있듯이, 이웃 차수의 회절광들이 중첩될 수 있다.

식 (1)의 우변을 보면 입력 면에서 레이저빔의 위치  $(x_o, y_o)$ 가 회절광의 위상에 영향을 준다는 것을 알 수

		(-1,3) 0.87, $\pi$	(0,3) 1.01,0	(1,3) 0.87,0		
(-3,1) 0.87, $\pi$		(-1,1) 2.61, $\pi$	(0,1) 3.05,0	(1,1) 2.61,0		(3,1) 0.87,0
(-3,0) 1.01,0		(-1,0) 3.05,0	(0,0) 3.56, $\pi$	(1,0) 3.05, $\pi$		(3,0) 1.01, $\pi$
(-3,-1) 0.87,0		(-1,-1) 2.61,0	(0,-1) 3.05, $\pi$	(1,-1) 2.61, $\pi$		(3,-1) 0.87, $\pi$
		(-1,-3) 0.87,0	(0,-3) 1.01, $\pi$	(1,-3) 0.87, $\pi$		

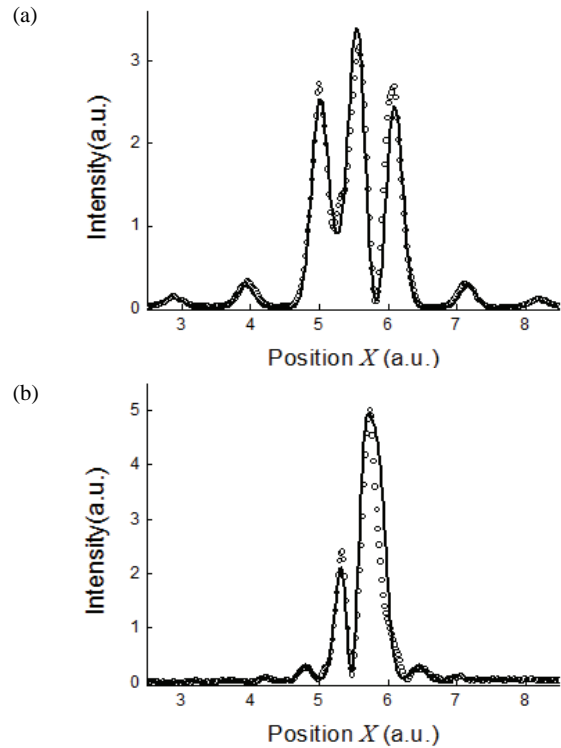
**Fig. 6.** The values of  $A_{mn}$  and  $\phi_{mn}$  of the sample DOE. The numbers in the brackets mean the orders of the diffraction. The amplitudes are relative values. The phase values are shifted for simplicity. The orders corresponding to the shaded area have negligible amplitudes.

있다. 레이저빔의 위치가 변할 때 위상 값도 연속적으로 변하지만 각 회절 차수마다 그 값이 달라, 그림 5의 실험 결과에서 볼 수 있듯이, 복잡하지만 연속적으로 변하는 회절 패턴을 형성한다.

$A_{mn}$ 과  $\phi_{mn}$ 는 각각  $(m,n)$ -차 회절광의 진폭과 위상이며 DOE의 한 주기 내 투과함수(transmittance)에 의해 결정된다. 이론적인 회절광 세기 분포를 계산하기 위해서 이 값들이 필요한데, 그림 2에서 볼 수 있는 2차원 위상 함수를 푸리에 변환하여 계산할 수도 있지만, 우리는 자체 제작한 DOE 설계 프로그램을 이용하여 이 값들을 얻었다. 결과는 그림 6과 같다. 비교적 진폭이 큰, 낮은 차수의 9개 회절광과, 진폭을 무시할 수 없는 주변 12개 회절광들의 진폭과 위상 값을 나타냈다. 그 외 회절 차수들은 진폭이 너무 작아 무시하였다.

그림에서 위상 값들을 보면 이웃하는 차수의 위상이 같거나 또는 반대(위상차  $\pi$ )이다. 위상이 같으면 두 회절광들이 중첩될 때 보강 효과로 세기가 커지지만, 위상이 반대이면 상쇄 효과가 생긴다. 이러한 상쇄 효과로 인해, 측정된 회절 패턴에서 볼 수 있는 깊은 골짜기들이 생겼을 것이라고 추측할 수 있다.

그림 6의 진폭과 위상 값들을 식 (1)에 대입하여 회절광 세기를 계산하였다. 계산에는 Mathematica<sup>®</sup>를 사



**Fig. 7.** Calculated(solid) and measured(dotted) diffraction patterns. (a)  $d/p=1.4$ ,  $x_o/p=0.40$ ,  $y_o/p=0.30$  and (b)  $d/p=1.0$ ,  $x_o/p=0.55$ ,  $y_o/p=0.10$ . The calculated intensities are normalized to fit to the measured data.

용하였다. 입사하는 레이저빔과 DOE의 상대적 위치를 알지 못하므로  $(x_o, y_o)$ 를 맞춤 변수(fitting parameter)로 삼아 계산 결과를 실험치에 맞추었다. 그 결과를 그림 7에 나타냈다. 그림에 있는 계산 값들은 실험 결과에 맞추어 규격화(normalize)된 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 계산 결과가 실험 결과와 비교적 잘 일치하였다. 따라서 주기적인 DOE에 입사하는 레이저빔의 크기가 주기와 비슷한 경우에도 식 (1)을 적용할 수 있음을 알 수 있다.

#### 4. 결론

주기적인 회절 광학 소자에 입사하는 레이저빔의 지름이 주기의 두 배 이하이면 이웃하는 차수의 회절광들이 중첩하여 복잡한 회절 패턴을 형성하였다. 중첩될 때 위상이 같아 진폭이 더해지는 경우도 있지만 위상이 서로 반대인 경우도 있어 상쇄 효과에 의해 세기

그래프에 골짜기들이 생길 수 있다. 따라서 균일한 세기 분포를 원할 경우에는 회절 차수들의 위상에 대해 먼저 고려할 필요가 있다. 또한 위와 같은 중첩 상황에서는 DOE와 입사빔의 상대적 위치에 따라 회절 패턴의 전체적인 윤곽도 크게 달라질 수 있음도 실험 및 이론적으로 확인하였다.

DOE의 주기성을 가정하고 전개한 이론을 이용하여 회절광 세기를 계산하고 이를 실험 결과에 맞추어 본 결과, 지름이 주기와 비슷할 때에도 비교적 잘 일치하였다. 따라서 DOE에 입사하는 빔의 지름이 주기와 비슷한 상황에서도 회절 빔 성형기에 대한 연구에 그 이론을 적용할 수 있을 것으로 판단된다.

### 감사의 글

이 논문은 2017학년도 원광대학교의 교비지원에 의해 수행됨.

### REFERENCES

- [1] G. Račiukaitis, E. Stankevičius, P. Gečys, M. Gedvilas, C. Bischoff, E. Jäger, U. Umhofer, and F. Völklein, *J. Laser Micro/Nanoeng.*, **6**, 37 (2011). [DOI: <https://doi.org/10.2961/jlmn.2011.01.0009>]
- [2] D. A. Grewell and A. Benatar, *Opt. Eng.*, **46**, 118001 (2007). [DOI: <https://doi.org/10.1117/1.2802588>]
- [3] K. Fuse, *J. Laser Micro/Nanoeng.*, **5**, 156 (2010). [DOI: <https://doi.org/10.2961/jlmn.2010.02.0011>]
- [4] J. J. Yang and M. R. Wang, *Opt. Eng.*, **42**, 3106 (2003). [DOI: <https://doi.org/10.1117/1.1617310>]
- [5] O. Ripoll, V. Kettunen, and H. P. Herzig, *Opt. Eng.*, **43**, 2549 (2004). [DOI: <https://doi.org/10.1117/1.1804543>]
- [6] T. Hirai, K. Fuse, K. Kurisu, and K. Ebata, *SEI Tech. Rev.*, **60**, 17 (2005).
- [7] C. S. Go, Y. H. Oh, and S. W. Lim, *J. Korean Inst. Electr. Electron. Mater. Eng.*, **24**, 578 (2011). [DOI: <https://doi.org/10.4313/JKEM.2011.24.7.578>]
- [8] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 3rd ed. (Roberts & Company, Englewood, 2005) p. 108.
- [9] J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics* (John Wiley & Sons, New York, 1978) p. 279.