Regular Paper
J. KIEEME
Vol. 26, No. 6, pp. 421-424, June 2013
DOI: http://dx.doi.org/10.4313/JKEM.2013.26.6.421

간접천이대를 갖는 양자우물 구조에서의 Hall 상수

이재철[1], 전상국[1,a]
[1] 인하대학교 전자공학부

Hall Factor in the Quantum Well Structure with Indirect Conduction Minima

Jae Chul Lee[1] and Sang Kook Chun[1,a]
[1] School of Electronic Engineering, Inha University, Incheon 402-751, Korea

(Received May 2, 2013; Revised May 24, 2013; Accepted May 24, 2013)

Abstract: The Hall factor in a quantum well structure with X or L-type indirect conduction valleys is calculated for various strain conditions. The two-dimensional constant energy surfaces of occupied valleys are proven to be identical. As a result, the Hall factor depends on the relative direction of occupied valleys to the growth direction, regardless of the number of occupied valleys. This work is widely applicable to the two-dimensional structure with indirect conduction minima for any growth direction and under different strain conditions.

Keywords: Hall factor, Quantum well, Indirect conduction valley, Strain

1. 서 론

3차원 구조에 비해서 2차원 구조의 소자에서는 밴드 공학 (band engineering)을 이용하여 물리적 특성을 용이하게 향상시킬 수 있다. δ-doping을 이용하여 여러 개의 양자 우물을 만들어서 불순물 사이로 전자가 이동하게 하여 불순물산란을 크게 저하시켰다 [1,2]. 이종접합구조에서 전자가 평면 방향으로 작은 무게를 지니는 특성을 이용하여 높은 Hall 이동도를 얻기도 하였다 [3-5].

소자의 특성을 대변하는 주요 변수인 이동도는 대부분 Hall 실험을 통해 얻어진다. 하지만 자기장 하에서 움직이는 캐리어의 Hall 이동도는 자기장이 없는 상황에서의 움직임인 drift 이동도와는 상이하다. Drift 이동도를 직접 측정하기 어렵다는 사실을 감안할 때, Hall 이동도로부터 drift 이동도를 유추할 수 있는 방법이 필요하다. Hall 이동도와 drift 이동도의 비인 홀 인수 (hall factor)의 계산 값을 알고 있다면, Hall 실험으로 측정한 값에서 drift 이동도를 추정할 수 있다.

간접천이대를 갖는 n-형 반도체에서 여러 성장방향과 다양한 응력 조건하에서 홀 인수가 계산된 적이 있다 [6]. 하지만 2차원 구조의 소자에서 홀 인수를 구하기 위해서는 추가로 고려하여야 할 사항들이 있

a. Corresponding author; skc@inha.ac.kr

다. 우선, 응력 조건뿐만 아니라 성장방향의 무게도 감안하여 2차원 구조에서 점유되는 밸리 (valley)를 결정하여야 한다. 또한, 일정에너지 표면 (constant energy surface)은 3차원 타원체가 아니고 2차원 타원형임을 고려하여야 한다. 2차원 구조의 소자에서 전자의 이동도를 획기적으로 증가시킬 수 있다는 사실을 감안할 때, 실험값인 Hall 이동도로부터 실제의 이동도인 drift 이동도를 예측할 수 있는 홀 인수에 대한 연구가 절실하다.

이 논문에서는 볼츠만 수송이론 (Boltzmann transport theory)을 이용하여 2차원 구조에서 평면 방향의 전도도를 공식화하였다. 응력 조건과 성장 방향에 따른 타원형 일정에너지 표면을 얻은 후에 원형 형태로 변환을 통해 계산을 용이하게 하였다. 이러한 변환을 통하여 타원형 일정에너지 표면으로 기인한 홀 인수의 변화를 분리하였으며, X 또는 L-형 간접 천이대를 갖는 양자우물 구조에서 여러 성장 방향과 응력 조건에 따른 홀 인수를 분석하였다.

2. 실험 방법

2.1 이론

양자우물 구조에서 평면 방향으로 전계를 가하고 성장 방향으로 자계를 설정하여 Hall 측정 실험과 동일한 상황을 설정하였다. $\hat{k}$-성장 방향의 자계 하에서 $\hat{i}$-평면 방향으로 움직이는 전자는 $\hat{j}$-평면 방향으로 힘을 받게 된다. 따라서 $\hat{i}$-평면 방향의 전류는 $\hat{j}$-평면 방향으로 전류를 발생시킨다. 이 경우, 전류와 전계의 관계는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{bmatrix} J_i \\ J_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{ii}\,\sigma_{ij} \\ \sigma_{ji}\,\sigma_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_i \\ E_j \end{bmatrix} \tag{1}$$

$\hat{i}$-평면 방향의 전계와 $\hat{k}$-성장 방향의 자계가 가해진 상황에서 볼츠만 수송이론을 이용하여 평면 방향의 전도도를 구할 수 있으며 그 표현 식은 아래와 같다 [6].

$$\sigma_{ii} = \sum_{s,l}\left[-\int e^2\tau\left(v_i^{sl}\right)^2 \frac{\partial f_o}{\partial E} g_{sl}(E)dE\right] \tag{2a}$$

$$\sigma_{ij} = \sum_{s,l}\left[B_k\int e^3\tau^2\left\{\left(v_i^{sl}\right)^2\omega_{jj}^{sl} - v_i^{sl}v_j^{sl}\omega_{ji}^{sl}\right\}\frac{\partial f_o}{\partial E} g_{sl}(E)dE\right] \tag{2b}$$

$$\sigma_{ji} = \sum_{s,l}\left[B_k\int e^3\tau^2\left\{v_j^{sl}v_i^{sl}\omega_{ij}^{sl} - \left(v_j^{sl}\right)^2\omega_{ii}^{sl}\right\}\frac{\partial f_o}{\partial E} g_{sl}(E)dE\right] \tag{2c}$$

$$\sigma_{jj} = \sum_{s,l}\left[-\int e^2\tau\left(v_j^{sl}\right)^2 \frac{\partial f_o}{\partial E} g_{sl}(E)dE\right] \tag{2d}$$

s는 간접천이대를 의미하며, l은 각 밸리에 의해 만들어진 l-번째 subband를 의미한다. τ는 완화시간 (relaxation time)이며, f_o는 분포 함수이고, g_{sl}은 2차원 상태밀도 함수 (density of states)이고, v_p^{sl}는 $\hat{p}$-평면 방향의 속도이고, ω_{pq}^{sl}는 역 무게 텐서 (inverse mass tensor)의 성분이다. Hall 이동도와 drift 이동도는 식 (2)의 전도도 함수로 표시할 수 있으며 [7], 이때 두 이동도의 비인 홀 인수는 다음과 같다.

$$\gamma_H = \frac{e\,n_e\,\sigma_{ji}}{\sigma_{ii}\,\sigma_{jj}\,B_k} \tag{3}$$

e는 전자의 전하량이고 n_e은 전자의 농도이다. 양자우물 구조에서 채널이 응력을 겪지 않는 경우, 간접천이대의 모든 밸리들은 모두 동일한 에너지 준위를 갖게 된다. 하지만 성장 방향 쪽에 가까운 밸리일수록 성장 방향 쪽의 무게가 상대적으로 더 크기 때문에 밸리는 낮은 subband를 갖게 된다. 채널이 응력을 겪는다면, 응력에 의한 밸리들의 에너지 변환을 우선 고려하여야 한다. 평면 방향의 팽창응력은 성장 방향에 가까운 밸리의 에너지를 하락시켜 캐리어를 점유시키지만 평면 방향의 압축응력은 그 반대의 결과를 초래한다. 따라서 2차원 구조에서의 채널이 응력을 겪지 않거나 평면 방향의 팽창응력을 겪는 경우에는 성장 방향에 가장 가까운 밸리들이 점유되고 평면 방향의 압축응력을 겪는 경우엔 성장 방향과 가장 멀리 떨어진 밸리들이 점유된다.

양자우물 구조에서는 응력 조건과 성장 방향의 무게에 의해서 결정된 밸리들이 성장 방향과 모두 같은 각도로 벌어져 있다. 이 경우, 점유된 밸리들은 동일한 2차원 일정에너지 표면을 갖게 된다. 성장 방향과 밸리 방향의 사이 각이 χ일 경우, 일정에너지 표면은 2차원 타원형이며 표현 식은 다음과 같다.

$$E_{2D} = \frac{\hbar^2 k_x'^2}{2m_\chi} + \frac{\hbar^2 k_y'^2}{2m_t} \tag{4a}$$

$$m_\chi^{-1} = m_t^{-1}\cos^2\chi + m_l^{-1}\sin^2\chi \tag{4b}$$

m_t와 m_l은 3차원 타원체 밸리에서 두 종류의 무게이다. 식 (4)에서 $k_y{}'$-방향 무게는 m_t이고, $k_x{}'$-방향 무게인 m_χ는 χ의 함수이다. 성장 방향과 밸리 방향이 일치할 경우 ($\chi=0$), 일정에너지 표면은 원이 된다. 실제 샘플에서 설정하는 $\hat{i}$ 및 $\hat{j}$-평면 방향은 임의의 두 방향이므로 일정에너지 표면 상에서 두 평면 방향을 회전함으로써 이동도 값을 평균해야 된다. 이때, 점유되는 모든 밸리는 동일한 일정에너지 표면을 가지므로 각 밸리에 의한 전도도 값도 모두 동일하게 된다. 한 편, 각 각의 밸리에 의해 만들어진 subband는 여러 개가 있지만 모두 동일한 일정에너지 표면을 갖는다. 더구나 대부분의 전자가 가장 낮은 subband에 있다는 사실을 감안하면 식 (2)에서 가장 낮은 에너지를 갖는 subband만 고려해도 무방하다. 이와 같은 사실들을 고려하면 식 (2)는 다음과 같이 간략화 시킬 수 있다.

$$\sigma_{ii} = \sigma_{jj} = N_s\left[-\int e^2\tau v_i^2 \frac{\partial f_o}{\partial E} g_s(E)dE\right] \tag{5a}$$

$$\sigma_{ij} = -\sigma_{ji} = N_s\left[B_k\int e^3\tau^2\left(v_i^2\omega_{jj} - v_i v_j\omega_{ji}\right)\frac{\partial f_o}{\partial E} g_s(E)dE\right] \tag{5b}$$

N_s는 점유된 밸리의 숫자이다.

식 (5)에서 일정에너지 표면의 형태와 밀접한 관계가 있는 것은 평면 방향의 속도인 v_p와 역 무게 텐서인 ω_{pq}이다, 타원형 일정에너지 표면에서 구한 v_p와 ω_{pq}를 식 (5)에 넣어 적분하는 것은 용이하지 않다.

타원형 일정에너지 표면을 원형 일정에너지 표면으로 변형시킨 후, v_p와 ω_{pq}를 원형 일정에너지 표면에서의 파수 벡터로 변환시킨 결과를 식 (5)에 넣어 적분하게 되면 전도도는 다음과 같이 간략하게 된다.

$$\sigma_{ii} = \sigma_{jj} = \sigma_{ii}^o\,\kappa_{ii} \tag{6a}$$

$$\sigma_{ij} = -\sigma_{ji} = \sigma_{ij}^o\,\kappa_{ij} \tag{6b}$$

$$\sigma_{ii}^o = N_s\left\{-\int e^2\tau\frac{\partial f_o}{\partial E}Eg_s(E)dE\right\} \tag{6c}$$

$$\sigma_{ij}^o = N_s\left\{-B_k\int e^3\tau^2\frac{\partial f_o}{\partial E}Eg_s(E)dE\right\} \tag{6d}$$

$$\kappa_{ii} = \frac{m_d}{2}\left(\frac{1+\cos^2\chi}{m_t} + \frac{\sin^2\chi}{m_l}\right) \tag{6e}$$

$$\kappa_{ij} = \frac{m_d^2}{m_t}\left(\frac{\cos^2\chi}{m_t} + \frac{\sin^2\chi}{m_l}\right) \tag{6f}$$

위 식의 σ_{pq}^o에서는 방향성이 배제되어 있으며, 이는 에너지가 방향에 상관없어졌다는 것을 의미한다. 식 (6)의 전도도를 식 (3)에 적용하면 홀 인수를 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\gamma_H = \gamma_H^o \times \gamma_m \tag{7a}$$

$$\gamma_H^o = \frac{e\,n_e^o\sigma_{ji}^o}{\sigma_{ii}^o\,\sigma_{jj}^o\,B_k} \tag{7b}$$

$$\gamma_m = \frac{4K\left(K\cos^2\chi + \sin^2\chi\right)}{\left\{K\left(1+\cos^2\chi\right) + \sin^2\chi\right\}^2} \tag{7c}$$

식 (7b)의 n_e^o는 한 개 밸리의 전자 농도이며, 식 (7c)의 K는 m_l과 m_t의 비다.

3. 결과 및 고찰

γ_H^o는 여러 가지 산란현상에 의존한다. 2차원 양자우물 구조에서 주요한 산란현상으로는 intravally acoustic phonon에 의한 산란, intervalley longitudinal optical phonon에 의한 산란, 그리고 remote ionized impurity에 의한 산란 등이 있다 [8]. 각 산란에서 완화 시간은 subband들의 일정에너지 표면 상에서 산란으로 인한 전자의 이동횟수(transition rate)의 역에 비례한다. 여러 산란 중에서 intravally acoustic phonon에 의한 산란이 일정에너지 표면의 형태에 가장 큰 영향을 받는다. 하지만 이 경우에서 조차도 일정에너지 표면의 형태에 따른 이동횟수의 의존도는 주로 방향성이 없는 상태밀도 함수를 통해서만 나타난다. 즉, γ_H^o는 일정에너지 표면을 원 형태로 변환한 상태로 계산한 셈이다. 주요산란의 완화 시간이 에너지의 함수로 표시될 경우, $\tau^{-1}\sim E^\zeta$, γ_H^o는 다음과 같이 된다.

$$\gamma_H^o = \frac{(1-2\zeta)!}{\{(1-\zeta)!\}^2} \tag{8}$$

γ_H^o는 일정에너지 표면이 원형일 때 해당하는 홀

Table 1. γ_m in the quantum well structure. K is the ratio of m_l to m_t.

In-plane strain	Growth direction	X Valley	γ_m	L Valley	γ_m
Relaxed or Tensile strained	[001]	$X2$	1	$L4$	$\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2}$
	[110]	$X4$	$\frac{8K(K+1)}{(3K+1)^2}$	$L2$	$\frac{12K(2K+1)}{(5K+1)^2}$
	[111]	$X6$	$\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2}$	$L1$	1
Compressive strained	[001]	$X4$	$\frac{4K}{(K+1)^2}$	$L4$	$\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2}$
	[110]	$X2$	$\frac{4K}{(K+1)^2}$	$L2'$	$\frac{4K}{(K+1)^2}$
	[111]	$X6$	$\frac{3K(K+2)}{(2K+1)^2}$	$L3$	$\frac{9K(K+8)}{(5K+4)^2}$

인수라고 본다면, γ_m은 실제 일정에너지 표면이 타원형이기에 추가로 발생하는 것이라 볼 수 있다.

표 1은 양자우물 구조에서 채널이 X 또는 L형 밸리를 갖는 경우에 성장 방향과 응력 조건에 따른 γ_m을 보여준다. 앞서 밝혔듯이, 채널이 응력을 겪지 않거나 평면 방향의 팽창 응력을 겪는 경우에는 성장 방향에 가장 가까운 밸리들이 점유되고 평면 방향의 압축 응력을 겪는 경우엔 성장 방향과 가장 멀리 떨어진 밸리들이 점유된다. 이와 같은 방법으로 정한 $X2$는 [001] 방향의 2개 밸리이고, $X4$는 [001] 방향을 제외한 나머지 4개 밸리이며, $X6$는 6개 밸리 모두를 의미한다. 한 편, $L1$은 [111] 방향의 밸리이고, $L3$은 [111] 방향을 제외한 나머지 3개 밸리이며, $L4$는 4개 L 밸리를 의미한다. $L2$는 [111] 및 $[11\bar{1}]$ 방향의 2개 밸리를 지칭하고 $L2'$는 다른 2개 밸리를 의미한다. 밸리들의 방향과 성장 방향의 사이 각을 알면 식(7c)를 이용하여 γ_m을 계산할 수 있다.

성장 방향의 수직 방향으로 자른 밸리의 단면도가 일정에너지 표면이다. 따라서 성장 방향과 밸리의 방향이 같을 경우에는 일정에너지 표면은 원형이 된다. 2차원 구조를 [001] 방향으로 성장시켰을 때 채널이 팽창응력을 받아서 $X2$ 밸리가 점유되는 경우가 이에 해당된다. 원형의 일정에너지 표면에선 ω_{ij}는 등방성이어서 평면 방향 이동도도 등방성의 성질을 갖게 된다. 이 결과는 γ_m이 1이 되는 이유이다. 하지만 성장방향과 밸리의 방향이 일치하지 않으면 일정에너지 표면은 길쭉한 형태의 타원형이 된다. 이 경우, ω_{ij}는 더 이상 0이 아니므로 평면 방향 이동도는 이방성의 성질을 갖게 되고, γ_m은 타원체의 방향성 무게인 m_l 와 m_t의 함수가 된다.

4. 결 론

X 또는 L-형 간접천이대를 갖는 양자우물 구조에서 홀 인수를 γ_H^o와 γ_m의 곱 형태로 표현했다. γ_H^o은 일정에너지 표면이 원형인 경우에 해당하는 값이고, γ_m은 일정에너지 표면이 원형이 아닌 데에서 기인한 성분이다. 2차원 구조에서는 응력 조건과 성장 방향의 무게에 의해서 점유된 밸리가 결정되며, 점유된 밸리들은 성장 방향과 모두 동일한 각도를 이루고 있기에 동일한 일정에너지 표면을 갖게 된다. 이 경우, γ_m은 점유된 밸리의 수와는 상관없이 성장 방향과의 사이각에만 의존한다. 연구 결과는 간접천이대를 갖는 어떠한 2차원 반도체 구조에 응용될 수 있으며, 임의의 성장 방향과 다양한 응력 조건 하에서도 유효하다.

감사의 글

"이 논문은 2013학년도 인하대학교의 지원에 의하여 연구되었음."

REFERENCES

[1] X. Zheng, T. K. Carns, K. L. Wang, and B. Wu, *Appl. Phys. Lett.*, 62, 504 (1993).

[2] H. H. Radamson, M. R. Sardela, Jr., O. Nur, M. Willander, B. E. Sernelius, W. X. Ni, and G. V. Hansson, *Appl. Phys. Lett.*, 64, 1842 (1994).

[3] S. F. Nelson, K. Ismail, J. O. Chu, and B. S. Meyerson, *Appl. Phys. Lett.*, 63, 367 (1993).

[4] E. P. De Poortere, Y. P. Shkolnikov, and M. Shayegan, *Physica E*, 13, 646 (2002).

[5] K. Sawano, A. Fukumoto, Y. Hoshi, Y. Shiraki, J. Yamanaka, and K. Nakagawa, *Appl. Phys. Lett.*, 90, 202101 (2007).

[6] S. K. Chun, *J. Korean Phys. Soc.*, 42, 129 (2003).

[7] I. Park and S. K. Chun, *Solid-state Electronics*, 49, 31 (2005).

[8] S. Takagi, J. L. Hoyt, J. J. Welser, and J. F. Gibbons, *J. Appl. Phys.*, 80, 1567 (1996).