

지파 불안정성 해석에 의한 대구경 후진파발전기의 연구

Design Study of a Large Diameter Backward Wave Oscillator
on Slow Wave Instability Analysis김원섭^{1,a}
(Won-Sop KIM^{1,a})

Abstract

We have designed the backward wave oscillator operating at 24 GHz. From the research which sees researches in the goal which will design and will produce K-band BWO where is a backward wave oscillator which departs from cycle prisoner 24 GHz until now is higher. To design Chrencov instability and branch of family used a slow cyclotron instability. Calculation used a dispersion relation and in order for as the box over-flow not to happen, a asymptotic expansion. Used a beam mode and a waveguide mode and axial symmetry and expense used in compliance with saddle point interpreted the relationship of axial symmetry.

Key Words : K-band BWO, Microwave, High frequency, Saddle point, Chrencov instability, Slow cyclotron instability

1. 서론

핵융합 반응을 일으키기 위하여 1억도 이상의 초고온이 필요하다. 이에 대한 가열 방법으로 10 MHz 이상의 마이크로파를 플라즈마내에 입사시켜 에너지의 상호작용에 의한 방법이 있다. 이에 따라 고출력 마이크로파 발생장치가 연구되고 있는데 최근들어 IREB(Intense Relativistic Electron Beam)를 이용한 새로운 대출력 마이크로파 발전기의 연구가 폭넓게 진행되고 있다[1]. 그중에서도 러시아의 THOMSK 공학연구소에서 연구 개발된 다중파동 체렌코프 발전기(Multiwave Cherenkov Generator : MWCG)는 발전 파장 λ 보다 큰 직경 $D(D/\lambda=3\sim 13)$ 을 갖는 지파구조를 이용하여 기록적인 출력을 발생시켰다[2]. $D \gg \lambda$ 의 경우 대구경 SWS(Slow Wave Structure)라고 하는데 이것은 RF 절연 파괴가 일어나지 않는 범위의 고 에너지

밀도에서 큰 마이크로파 출력을 얻을 수 있다. 이와 같은 마이크로파 발전장치는 출력 1 GW 이상의 마이크로파 출력을 얻을 수 있는 유일한 장치로서 많은 사람들이 연구중에 있다.

후진파발전기(Backward Wave Oscillator:BWO)는 자이로트론처럼 전자 사이크로트론 공명을 필요로 하지 않기 때문에 강한 자장이 필요 하지 않으며 강한 전자계가 필요없고 진공 절연파괴의 가능성도 비교적 적어 IREB를 지파 회로에 입사시킴에 따라 전자파와 상호 작용에 의한 발전이 일어나 마이크로파 출력을 발생시키는 장치로서 구조가 간단하고 조작성이 용이하여 쉽게 이용할 수 있는 이점이 있다[3]. 후진파 발전기는 기본적으로 TM_{01} 모드에 의해 동작하며 SWS의 금속 표면의 내경은 $R_w(z)=R_0+h\cos(k_0z)$ 의 정현파 곡선으로 변화한다. 또한 X-band BWO에서는 직경과 파장과 관계가 $D/\lambda \approx 1$ 이지만 대구경 BWO에서는 $D/\lambda \gg 1$ 이다. 특히 대구경BWO에서는 발전 주파수를 저하시키지 않기 위하여 시간적 공간적 성장률의 증가가 필요하다.

지금까지의 BWO 실험에서는 주파수 8 GHz대의 X-band BWO에서 주로 실험이 진행되어 왔으

1. 전남도립대학 전기에너지시스템과
(전남 담양군 담양읍 황교리 262)

a. Corresponding Author : wskim@dorip.ac.kr

접수일자 : 2009. 9. 28

1차 심사 : 2009. 11. 13

심사완료 : 2009. 11. 23

나 아직 톱펄스와 및 대출력과 높은 주파수에서의 발진이 미흡하다[6]. 따라서 본 연구에서는 지금까지보다 높은 주파수 24 GHz대에서 발진하는 대구경 후진파발진기인 K-band BWO를 설계 제작할 목적으로 연구하였다[8,9]. 설계에는 지파 불안정성의 선형해석을 이용하였고 대구경 후진파 발진기의 요소를 결정짓는 직경과 파장과의 비 $D/\lambda=4.8$ 로 결정하였다. 이에 이용된 원리는 발생된 전자빔과 전자파와의 에너지의 상호교환에 의한 동작원리로서 체렌코프 상호작용과 지파 사이크로트론 상호작용의 해석을 이용하였고 계산에는 절대적 불안정성의 해석을 하여 안부점을 얻는 최적설계를 하여 마이크로파 출력을 얻을 목적으로 K-band BWO를 설계·제작하였다. 이를 이용하면 저역하이브리드 전류구동과 RF 가열 등 고주파 전원으로서 매우 유용하게 이용할 수 있으리라 여겨진다.

2. 계산모델과 해석방법

그림 1에 계산모델에 이용한 지파 도파관의 모양을 표현하였는데 지파도파관의 내경은 $R_0(z)=R_0+h\cos(k_0z)$ 로 변화하여 축 방향으로 B_0 의 자장이 주어지며 이때 입사된 전자빔은 축 방향으로만 이동한다. 또 마이크로파를 여기하는 전자빔은 무한히 얇은 원통형 빔으로 가정하여 반경 R_b 로 하고 도파관의 평균 반경을 R_0 로 한다.

그림 1과 같은 형태에서 분산관계는 Floquet의 정리에 의하여 RF전계를 다음과 같이 나타낸다.

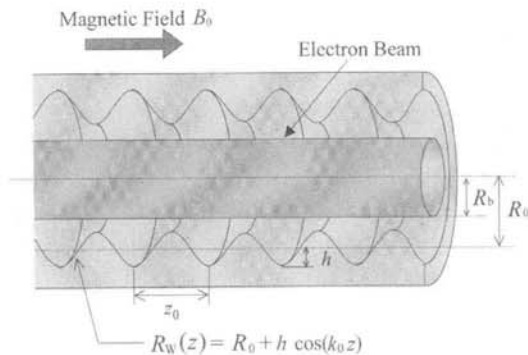


그림 1. 설계에 이용한 지파도파관의 기본 모델.
Fig. 1. The base model of the branch of family wave guide which uses in plan.

$$E_z = \sum_{-\infty}^{\infty} E_{zn} \exp[i(k_n z - \omega t)] \quad (1)$$

$$E_r = \sum_{-\infty}^{\infty} E_{rn} \exp[i(k_n z - \omega t)], \quad k_n = k + nK_0 \quad (2)$$

$r \neq R_b$ 의 경우, RF 전계 성분 E_m, E_m 을 Maxwell 방정식을 이용하여 해를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_{zn} &= A_n J_0\left(\frac{y_n r}{R_0}\right) \\ 0 &\leq r \leq R_0 \\ &= B_n J_0\left(\frac{y_n r}{R_0}\right) + C_n N_0\left(\frac{y_n r}{R_0}\right), \quad R_b \leq r \leq R(z) \end{aligned} \quad (3)$$

$$E_{rn} = \frac{ik_n}{\frac{w^2}{c^2} - k_n^2} \frac{\alpha E_{zn}}{\alpha r}$$

$$y_n^2 = R_0^2 \left(\frac{w^2}{c^2} - k_n^2 \right)$$

또한 $r=R_b$ 에서 전자빔의 축방향 운동을 방정식을 이용하여 해를 구하면 B_n, C_n 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} B_n &= [1 - b j_0(Y_n \delta) N_0(y_n \delta)] A_n, \\ b &= \frac{w^2 - c^2 k^2}{(w - k_n v)^2} I \end{aligned} \quad (4)$$

$$C_n = b [J_0(y_n \delta)]^2 A_n \quad (5)$$

$$I = \frac{\pi I_b}{I_A \beta r^3}, \quad I_b = 2\pi \int_{R_b-0}^{R_b+0} e n_b v r dr$$

$$I_A = \frac{4\pi \epsilon_0 m c^2}{e} = 17.1 (kA) \quad (6)$$

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad r = (1 - \beta^2)^{-1/2},$$

$$\delta = \frac{R_b}{R_0}$$

$r=R(z)$ 에 대하여 금속표면의 경계 조건에서 A_n 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum_{m,n=-\infty}^{\infty} [1 + (n-m) Q_n] (B_n C_n C_{mn}^v) \\ = D_{mn} \cdot A_n = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$Q_n = \frac{k_0 k_n}{\frac{w^2}{c^2} - k_n^2}$$

$$C_{mn}^j = \int_{-\pi/K_0}^{\pi/K_0} \exp[i(n-m)K_0z] J_0 \times \exp[-\pi/K_0(y_n(1+\alpha \cos K_0z))] dz$$

$$= \sum_{a=0}^{\infty} \frac{(y_n \alpha)^{2a+|n-m|} J_0^{(2a+|n-m|)}(y_n)}{2^{2a+|n-m|} q! (q+|n-m|!)} \quad \alpha = h/R_0 \quad (8)$$

한편, $A_n=0$ 이 필수 조건이므로 (7)식의 분산 관계는 다음과 같이 표시된다.

$$D(k, \omega) = \det[D_{mn}] = 0 \quad (9)$$

이것을 이용하여 SWS의 성질에 대하여 생각할 때 Bessel함수 J_0 를 이용하여 R_0 를 작게하지 않으면서 높은 발진주파수 $f=\omega/2\pi$ 를 얻기 위해서는 z_0 를 작게 하지 않으면 안된다. 이때 K_0 은 크게 되어 Over-flow가 일어나므로 접근근계를 이용하여 분산관계를 돌출하였다.

3. 계산 결과 및 고찰

빔 에너지 100 kV와 빔 전류 0.5 A를 이용하여 계산한 결과 시간적 성장률과 안부점의 돌출에 의하여 얻어진 K-band BWO의 크기는 발진 주파수 24 GHz, $R_0=3.0$ cm, $z_0=0.34$ cm, $R_b=2.63$ cm가 얻어졌다. 이에 대한 결과를 표 1에 나타냈다.

표에서 보면 K-band 도파관과 X-band 도파관에서 대구경 및 주파수에서 큰 차이가 있는데 이것은 출력 증대를 위하여 전력밀도의 과도한 증가를 방지하여 절연파괴가 일어나지 않도록 한 것이다. 이를 이용한 계산 결과에서 먼저 운동 모드를 보면 축대칭 모드와 비 축대칭 모드로 나타낼 수 있는데 이것은 빔 에너지의 여기 상태에 의해 결정되며 운동 방향은 모드에 따라 결정된다. 그림 2에 그 모습을 나타냈다. 그림에서 보면 축대칭 모드가 $m=0$ 일 때 전자파의 편파면이 회전하지 않는 직선편파로 전파하고 비 축대칭 모드 $m \neq 0$ 일 때 전자파의 편파면이 회전하는 것을 알 수 있는데 이때 전자빔의 회전 방향과 전자파의 회전방향이 동일한 경우를 알 수 있다. 이것을 보면 빔 에너지의 시간 공간적 의존성은 식 $e^{i(k_z z + m\theta - \omega t)}$ 에 의하여 전파되며 이에 따라 전자파의 전파 방향이 결정되는 것을 알 수 있다. 이런 이유는 후진파발진기는 기본적으로 TM_{01} 모드에 의하여 동작하므로 전개분포에 의한 자유전하의 움직임의 영향에 의하여 나온 결과라고 할 수 있다.

표 1. 설계한 대구경 후진파 발진기와 X-band BWO의 비교.

Table 1. Designed large diameter backward wave ooscillator compared with that in the X-band BWO.

	X-band BWO	K-band BWO
Energy	65 keV	100 keV
Current	0.23 kA	0.5 kA
Frequency	8.09 GHz	24 GHz
Radius	1.445 cm	3.0 cm
Amplitude	1.67 cm	0.34 cm
Beam radius	0.8 cm	2.63 cm

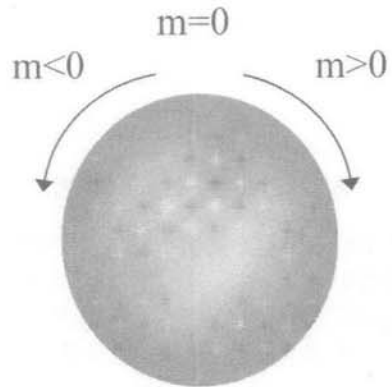


그림 2. 모드에 따른 시간공간적 의존성.

Fig. 2. Temporal spatial dependency which follows in mode .

그림 3에는 분산관계를 이용하여 축 대칭 모드에서 K-band BWO의 시간적 성장률과 주파수와 관계를 나타냈다. 그림에서 보면 K-band BWO의 발진은 24 GHz 부근의 공간 전하 영역에서 일어나는 것을 알 수 있는데 이 값은 K-band BWO에서는 파수 1 mm에서 체렌코프 불안정성과 지파 사이크로트론 불안정성의 값이 결정되며 시간적 성장률 0.4 ns의 크기가 얻어지는 것을 알 수 있다. 또 이 때의 발진 주파수 24 GHz대역에서 공간 전하 영역의 부근에서 상호작용에 의한 발진이 일어나는 것을 알 수 있다. 특히 24 GHz대에서 발진이 이루어 질 수 있는 원인은 빔이 전파할 때 파장이 작은 경우 평면파가 내부까지 입시되어 확산됨에 따라 Rayleigh Bessel법의 적용에 의하여 전자 빔과 전자파와의 상호 작용이 이루어진 것으로 판단된다[5].

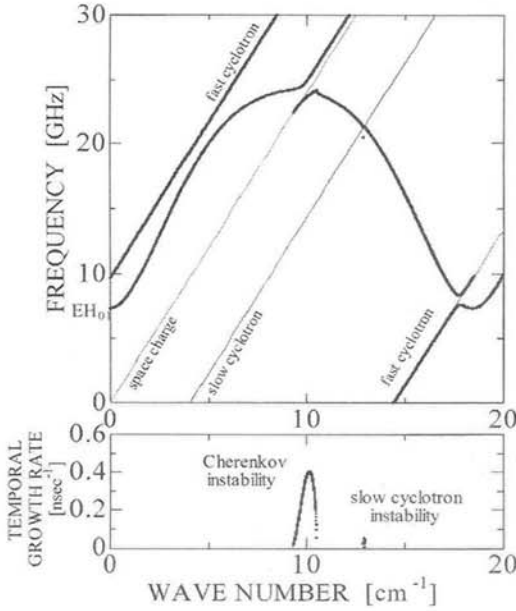


그림 3. 분산관계를 이용한 시간적성장률과 주파수와의 관계.

Fig. 3. Temporal growth rates which use a dispersion relation and with frequency relationships.

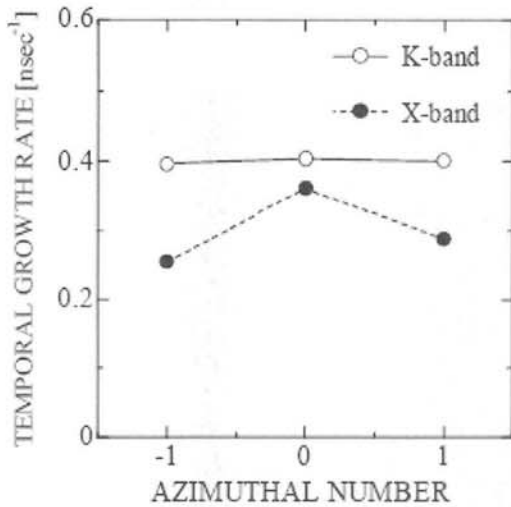


그림 4. 축대칭 모드에서 지파 사이클로트론 불안정성.

Fig. 4. Axial symmetry mode between branch of family crow slow wave cyclotron theory instability.

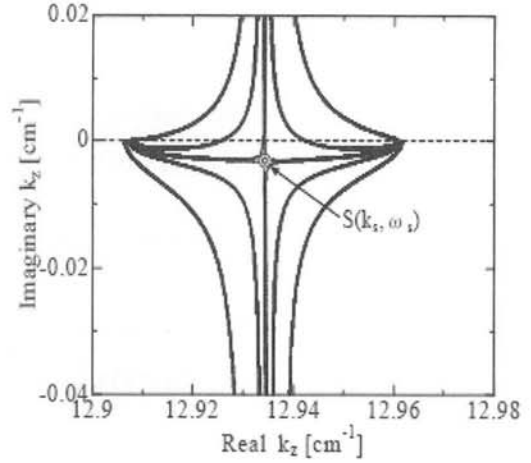


그림 5. 도파관의 절대적 불안정성에 대한 안부점의 해석.

Fig. 5. About absolute instability of wave guide saddle point interpretations.

그림 4는 회전 방향에 대한 어떤 영향이 미치는가 나타내었는데 그림에서 시간적 성장률을 보면 K-band에서는 회전방향에 관계없이 거의 안정된 값이 얻어졌으며 X-band 영역에서는 중심과 회전 방향에 따른 값이 차이가 나는 것을 보았다. 또 그림에서 지파 사이클로트론 영역에서는 시간적 성장률의 변화가 매우 적었으며 K-band 영역은 회전에 따라 큰 차이가 없으나 X-band 영역에서는 값이 차이가 나는 것을 알았다.

다음은 도파관의 절대적 불안정성의 해석에 의한 안부점의 해석을 하여 그림 5에 나타냈다. 위의 뿌리모양이 빔 모드이고 아래 뿌리모양이 도파관 모드이며 체렌코프 불안정성과 지파 사이클로트론 불안정성에 대하여 나타냈다. 안부점은 빔 모드와 도파관 모드의 근이 일치하는 점으로서 빔 모드에서 도파관 모드로 에너지가 이동하는 곳으로서 식 $e^{i(k_z z + m\theta - \omega t)} = e^{-k_z z + \omega t} e^{i(k_z z + m\theta - \omega t)}$ 으로 나타낼수 있으며 $\omega_1 < 0$ 의 값에서 $\omega_1 = 0$ 으로 변화 하는 점 근처에 안부점이 형성되는 것을 알 수 있다. 이러한 안부점을 얻으려면 파형이 시간적으로 성장하면서 절대적 불안정성의 여기상태가 일어나 에너지 변환이 발생해야하며 안부점에서 에너지 변환의 근본은 파수의 크기와 외부에서 가해진 자계에 의하여 결정된다.

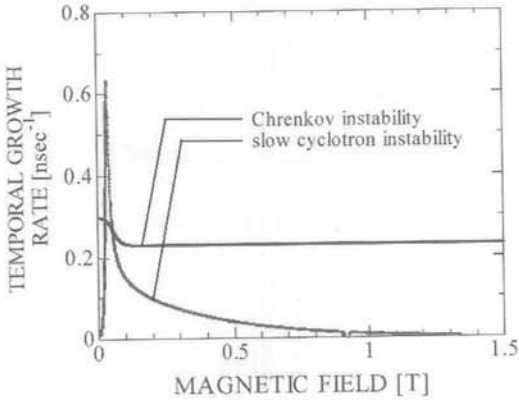


그림 6. 자계와 안부점과의 관계.
 Fig. 6. Magnetic field and relationship with saddle point.

그림 6은 축대칭 모드에서 자계와 안부점에 의한 시간적 성장률의 관계를 나타내었다. 횡축에 자계를 나타냈고 시간적 성장률을 가로축에 나타내었는데 체렌코프 불안정성은 큰 변화가 없지만 지파 사이클로트론 불안정성에서 자계 0.061 T 근처에서 시간적 변화율이 크게 변한것을 알 수 있었다. 이것은 K-band BWO에서 자계 크기에 의한 상호작용 영역이 존재하는 것을 나타내며 전자빔의 운동에 따른 자계의 역할을 나타낸 것을 알 수 있어, 자계의 크기에 의존한 제 1하모니에 의한 시간적 성장률의 증가라고 할 수 있다.

그림 7은 낮은 자계에서의 축 대칭 모드와 비 축 대칭 모드의 불안정성의 안부점에 대하여 나타냈다. 그림에서 볼 때 K-band 도파관에 대한 축 대칭 모드에서 0.061 T의 낮은 자계의 체렌코프 불안정성과 지파 사이클로트론 불안정성의 안부점에 대하여 알아보았다. 이 그림에서 보면 지파 사이클로트론 불안정성이 체렌코프 불안정성보다 높은 값에서 형성된것을 알 수 있었는데 이것은 낮은 자계에서 지파 사이클로트론 불안정성이 빔 모드 값에 의하여 형성되어지는 것을 알 수 있었다. 이것은 자계에 의하여 형성된 표면파가 HIDM ((Higher-order Implicit Difference Method)에 의하여 주기적 경계조건에 의하여 전파가 이루어짐에 따라 얻어진 결과 라고 할 수 있다[4].

그림 8은 비 축대칭 모드에서 낮은 자장에 대한 체렌코프 불안정성과 지파 사이클로트론 불안정성의 안부점의 비교에 대하여 나타냈다. 자장의 크기는 0.061 T를 이용하였고 빔에너지와 다른 조건은 모두 동일하다. 그림에서 보면 지파 사이클로트론 불안정성에 의한 안부점이 체렌코프 불안정성에

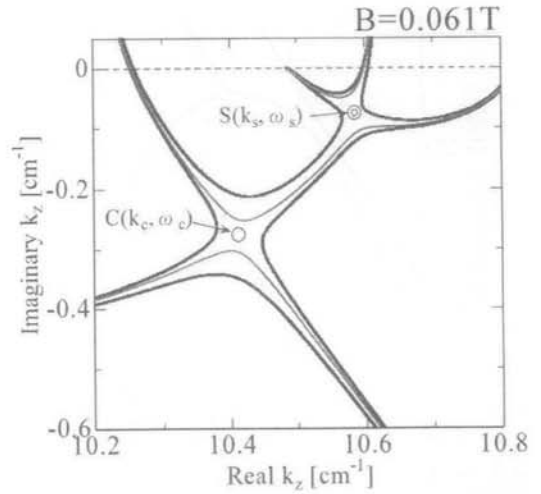


그림 7. 자계 0.061 T에서 축대칭 모드와 불안정성의 비교.
 Fig. 7. Magnetic field 0.061 T comparison of axial symmetry mode and instability.

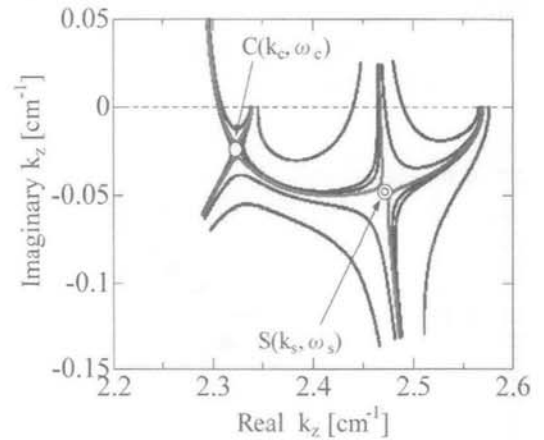


그림 8. 비 축대칭 모드에서 체렌코프 불안정성과 지파 사이클로트론 불안정성의 안부점과의 관계.
 Fig. 8. Expense from axial symmetry mode with saddle point relationships of Cerenkov instabilities and slow wave cyclotron instabilities.

의한 서틀점보다 높은 위치에 있는 것을 알 수 있었다. 이것은 Rayleigh 가설에서 $h/z_0 > 0.0731$ 의 범위가 존재하므로 K-band BWO에서는 $h/z_0 = 0.5$ 정

도가 되므로 안부점의 해석을 할 수 있었다[5,7]. 이를 이용하여 전자 빔과 전자파의 상호 작용 해석은 Rayleigh Bessel법을 이용하여 설명할 수 있으며 K-band BWO에서 공간 고조파를 Bessel함수 I_m , N_m 으로 하여 over-flow를 방지함으로써 대구경 도파관의 분석과 해석이 가능하였다. 이와 같은 결과를 고찰해보면 평면파를 지파 도파관안에서 확장되도록 하는 Rayleigh Bessel법에 의하여 적용할 때 전자빔과 전자파의 상호작용의 해석이 가능하였으며 이것은 Rayleigh Bessel법 $h/z_0 > 0.0731$ 의 범위가 존재하기 때문이다. 한편 HIDM (Higher-order Implicit Difference Method)에 의하여 고찰해 볼 때 주기적 경계조건을 이용하여 파의 전파를 해석하는 것으로서 매우 정확한 값을 얻어지는 이론으로 분석할 수 있다.

4. 결 론

높은 주파수에서 발전하는 K-band 후진파발전기를 설계 제작할 경우 먼저 지파 구조의 직경 D를 작게 할 경우가 생기는데 이 경우 단면적이 작아진다. 단면적이 작아지면 마이크로파의 전력밀도가 증가하여 절연파괴가 일어난다. 이때 과도한 전력밀도를 갖지 않으면서 출력을 크게 하기 위해서는 직경을 작게 하지 않고 발전주파수를 높일 필요가 있다. 따라서 본 연구에서는 도파관의 큰 직경을 유지하면서 파장과의 비 $D/\lambda=4.8$ 로 결정하여 고주파수에서 출력을 발생시킬 목적으로 연구하였다. 그 결과 지금까지 8 GHz대보다 높은 24 GHz대에서 발전하는 K-band BWO를 설계할 수 있었다. 설계에는 체렌코프 불안정성과 지파 사이크로트론 불안정성에 의한 선형 해석을 하였으며 안부점을 돌출하여 주파수 대역을 결정하였다. 이에 계산에는 공간 고조파를 이용한 Bessel함수를 이용하였는데 Over-Flow가 일어나므로 변형 Bessel함수 I_m , K_m 을 이용하여 대구경 도파관의 분석과 해석이 가능하였다. 따라서 후진파 발전기에서 대구경 도파관에 대한 해석을 3차원적인 에너지 여기상태를 이용하여 해석을 할 수 있었다. 이상과 같이 대구경 후진파발전기를 설계 제작하여 실험함으로써 보다 높은 주파수에서 발전 및 대출력 발생이 기대된다.

참고 문헌

[1] K. Ogura, M. R. Amin, K. Minami, X. D. Zheng, Y. Suzuki, W. S. Kim, T. Watanabe, Y. Carmel, and V. L. Granatstein, "Experimental

demonstration of a high power slow wave electron cyclotron maser based on a combined resonance of cherenkov and anomalous dopper instructions", Phys. Rev., Vol. 53, p. 2726, 1996.

- [2] S. Koobayashi, M. Botton, Y. Carmel, T. M. Antonsen, J. Rodgers, A. G. Shkvarunets, A. N. Vlasv, L. Duan, and V. L. Granatstein, "Electromagnetic properties of periodic cavities coupled to a radiating antenna", IEEE Trans. Microwave Theory Tech., Vol. 26, p. 947, 1998.
- [3] L. D. Moreland, E. Schamiloglu, R. W. Lemmke, A. M. Roitman, S. D. Korovin and V. V. Rostov, "Enhanced frequency agility of high power relativistic backward wave oscillators", IEEE Trans. Plasma Sci., Vol. 24, p. 852, 1996.
- [4] O. Watanabe, K. Ogura, T. Cho, and M. R. Amin, "Self-consistent linear analysis of slow cyclotron and cherenkov instabilities", Phys. Rev. E, Vol. 63, p. 6503, 2001.
- [5] O. T. Lora, R. B. Miller, and G. A. Mesyats, "Measurement of the angular spectrum of electrons in a high-current magnetized reb with microsecond duration", Proc. 13th Int. High-Power Particle Beams, p. 603, 2002.
- [6] K. Ogura, K. Komiyama, M. Sakai, D. Yamada, H. Saito, and H. Yamazaki, "Performance of weakly relativistic oversized backward wave oscillators", J. Phys. Soc. Jpn., Vol. 72, p. 2437, 2003.
- [7] K. Ogura, R. Yoshida, K. Komiyama, M. Sakai, and H. Yamazaki, "Experimental demonstration of mode change in a oversized backward wave oscillator due to corrugation number", IEEET Trans. FM, Vol. 124, p. 456, 2004.
- [8] K. Ogura, Y. Miyazawa, H. Tanaka, Y. Kiuchi, S. Aoyama, and A. Sugawara, "Weakly relativistic k-band oversized backward wave oscillator with bragg reflector at beam entrance of slow wave structure", Plasma Fusion Res. 2, Vol. 4, p. 1041, 2007.
- [9] H. Oe, K. Ogura, K. Bansho, H. Iizukaname, A. Sugawara, and W. S. Kim, "Experimental Study on Disk Type Cold cathode in Weakly relativistic Energy Region", International Congress on Plasma Physics, p. 233, 2008.