

## Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로 모델링

### Equivalent Circuit Modeling of Rosen-type Multilayer Piezoelectric Transformer

신훈범<sup>1,a</sup>, 이용국<sup>1</sup>, 유영한<sup>1</sup>, 안형근<sup>1</sup>, 한득영<sup>1</sup>  
(Hoonbeom Shin<sup>1,a</sup>, Yongkuk Lee<sup>1</sup>, Young-Han Yu<sup>1</sup>, Hyungkeun Ahn<sup>1</sup>, and Deuk-Young Han<sup>1</sup>)

#### Abstract

In this paper, the equivalent circuit model of a Rosen-type multilayer piezoelectric transformer(MPT) has been proposed based on the Mason's equivalent circuit model and the principle of single layer piezoelectric plate. From the piezoelectric direct and converse effects, the symbolic expressions between the electric inputs and outputs of the MPT have been derived from the equivalent circuit model. A simplified equivalent circuit model of the MPT whose driving part has a single input form has been proposed. The symbolic expressions of the driving part have been derived from the simplified equivalent circuit model and the model was compared with the multi-input equivalent circuit model through the simulation. In the comparisons between the simulation results and the experimental data, output voltage is 630 V<sub>p-p</sub> in case of 11-layered MPT and 670 V<sub>p-p</sub> for 13-layered MPT over the experiment range. As the load resistance increases, output voltage increases and saturates over 300 k $\Omega$  and the resonant frequency changes from 102 kHz to 103 kHz. The simulation and the experimental results agree well over different load resistances and frequencies.

**Key Words** : Multilayer piezoelectric transformer, Equivalent circuit, Simplified equivalent circuit

#### 1. 서론

압전변압기는 동작 과정이 압전 액츄에이터와 트랜스듀서를 혼합한 형태로 전기적인 에너지가 기계적인 에너지로 변환되고, 그 기계적인 에너지가 전기적인 에너지 형태로 다시 변환되어 출력되는 과정을 갖는다[1-3]. 압전변압기에 대한 연구는 실용적 측면과 이론적 측면에 대한 연구가 다양하게 이루어져 왔으며 특히 등가회로모델에 대한 연구는 압전변압기의 형태별 등가회로에 대한 연구와 함께 단판형 압전변압기를 중심으로 진행되어 왔다[4,5]. 이에 본 논문에서는 단판형 압전진동자에 관한 Mason의 등가회로[6,7]를 응용하여 적층형 압전변압기 구동부의 각 층을 병렬로 연결한

형태의 적층형 등가회로모델을 제안하였고, 구동부가 병렬 형태로 된 등가회로모델을 단판형으로 단순화시킨 Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로모델을 제안하였다. 이 두 가지 등가회로모델을 가지고 Rosen형 적층 압전변압기의 입출력 관계식을 유도하였다. 제안한 등가회로모델이 타당함을 보이기 위해 유도한 입출력 관계식을 이용하여 주파수 변화와 부하 저항 변화에 따라 출력전압 특성을 시뮬레이션 하였고 11층과 13층 압전변압기를 이용하여 실험한 결과와 시뮬레이션 결과를 비교하였다.

#### 2. Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로 모델 및 입출력 관계식

적층형 압전변압기는 승압용인 경우 구동부를 적층형으로 제작하는데 두 개의 내부 전극 패턴의 sheet를 서로 엇갈리게 여러 장을 겹쳐 열 압착 공

1. 건국대학교 전기공학과  
(서울시 광진구 화양동 1)

a. Corresponding Author : sino70@empal.com  
접수일자 : 2006. 9. 28  
1차 심사 : 2006. 10. 30  
심사완료 : 2006. 11. 14

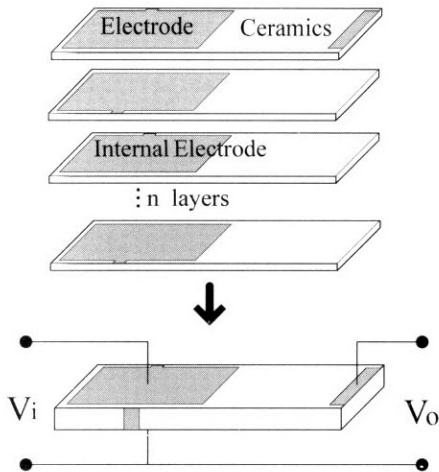


그림 1. Rosen형 적층 압전변압기의 구조.  
Fig. 1. The structure of a Rosen-type multilayer piezoelectric transformer.

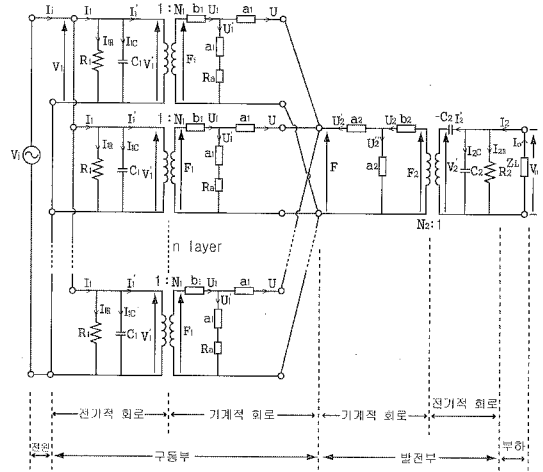


그림 2. Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로모델.  
Fig. 2. Equivalent circuit model of a Rosen-type multilayer piezoelectric transformer.

정을 통해 제작한다. 그림 1은 본 논문에서 실험한 Rosen형 적층 압전변압기의 구조를 나타낸다.

적층형 압전변압기의 등가회로모델은 먼저 구동부 압전진동자와 발전부 압전진동자의 Mason 등가회로모델로부터 단판형 압전변압기의 등가회로모델을 구하고 압전변압기의 적층 구조를 고려하여 구동부가 적층수  $n$ 만큼 병렬로 연결된 형태로 그림 2와 같이 구할 수 있다. 그림 1에서와 같이 적층형 압전변압기는 내부 전극법을 사용하여 제작하였으며 내부 전극 면적이 압전세라믹스의 면적보다 약간 작다. 이러한 구조는 소자 내부에 비활성 영역이 존재하여 이 비활성부가 변형의 발생을 억제함과 동시에 응력 발생의 원인이 되는 문제를 일으킨다. 이런 현상을 크램핑 효과(clamping effect)라 하며 이 변형의 억제와 응력의 발생을 손실( $R_0$ )로 하여 구동부의 각 병렬 부분의 기계적 임피던스  $a_1$ 에 직렬로 추가하였다. 그림 2에서 구동부는 첨자 1을 사용하고 발전부는 첨자 2를 사용하여 구분하였다.  $V_i$ 는 입력 전압,  $V_o$ 는 출력 전압이고 전기적 부분에서의 각 손실 및 부하에서의 전류는  $I$ 로 하고, 기계적 부분에서의 힘은  $F$ 로 입자속도는  $U$ 로 표시하면서 첨자  $R$ 을 사용하였다. 전기적 손실저항을  $R_1, R_2$ , 정전용량은  $C_1, C_2$ , 압전진동자의 기계적 임피던스는 각각  $a_1, b_1, a_2, b_2$ 로 표현하였다.  $N_1$ 과  $N_2$ 는 각각 구동부와 발전부의 변성비이고  $n$ 은 적층수이다.

Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로모델을 이용하여 적층형 압전변압기의 입출력 관계식을 유도하였다. 전기-기계적 시스템에 전기적인 회로 이론을 적용하여 구동부와 발전부의 전기-기계적인 관계를 구한 후 각 부분에서의 관계를 이용하여 전체적인 적층형 압전변압기의 입출력 관계식을 구할 수 있다.

위 과정을 통해 구동부의 입출력 관계식은 식 (1)과 (2)와 같이 구할 수 있다. 식(1)은 구동부의 전기적 관계를 나타내고 식(2)는 전기적인 관계에서 기계적인 변환 관계를 나타낸다. 식(2)에 식(1)을 대입하여 정리하면 구동부에서의 전기적인 입력과 기계적인 출력의 변환 관계를 식(3)으로 나타낼 수 있다.

발전부의 입출력관계식은 발전부에서의 기계적 성분사이의 관계를 식(4)로 나타내고 발전부에서의 기계적인 특성에서 전기적인 특성으로의 변환 관계를 식(5)로 나타낼 수 있다. 식(5)에 식(4)를 대입하여 정리하면 식(6)과 같이 발전부에서의 기계적 진동과 전기적인 출력으로의 변환 관계를 나타낼 수 있다. 여기서  $X_1$ 과  $X_2$ 는  $C_1, C_2$ 와 관련된 임피던스로  $X_1 = \frac{1}{\omega C_1}, X_2 = \frac{1}{\omega C_2}$  이다.

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ R_1 - jX_1 & \frac{1}{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} F_R \\ U_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1' \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{N_1(2a_1 + R_n)}{(a_1 + R_n)} & -\frac{a_1^2 + 2a_1b_1 + a_1R_n + b_1R_n}{N_1(a_1 + R_n)} \\ -\frac{N_1}{(a_1 + R_n)} & \frac{(a_1 + b_1 + R_n)}{N_1(a_1 + R_n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_R \\ U_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_{2R} \\ U_{2R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{1R} \\ U_{1R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_2 + b_2}{a_2} & -n(a_2 + 2b_2) \\ \frac{1}{a_2} & -2n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{1R} \\ U_{1R} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{2R} \\ U_{2R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N_2} & jX_2N_2 \\ -\frac{R_2 - jX_2}{jX_2R_2N_2} & \frac{jX_2N_2}{R_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{2R} \\ U_{2R} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_R \\ U_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_R \\ U_R \end{pmatrix} \quad (6)$$

구동부와 발전부의 전기-기계적인 관계식(3)과 (6)을 이용해 입력단에서의 전기적 입력이 기계적인 변환을 거친 후 다시 전기적으로 출력되는 관계를 식으로 표현 할 수 있다. 식(7)은 전체적인 압전변압기의 입출력 관계식이다.

$$\begin{pmatrix} V_o \\ I_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

### 3. Rosen형 적층압전변압기의 단순화 등가회로모델

적층형 압전변압기의 등가회로모델은 그림 2와 같이 단판형 압전변압기의 등가회로모델에서 구동부의 등가회로가 병렬로 연결된 형태를 가지고 있다. 이를 단순화시키기 위해 구동부 각 층의 전기적 임피던스와 기계적 임피던스가 병렬로 연결되어 있으므로 그림 3과 같이 구동부의 각 성분을 합성시킬 수 있다. 그림 3은 그림 2와 비교하여 구동부와 발전부를 구분하기 위한 첨자는 동일하나 구동부에 있는 전기적 회로와 기계적 회로의 각 부분에 흐르는 전류는 아래첨자  $n$ 를 추가하여 구분하였다. 그림 3의 단순화 등가회로모델을 이용하여 구동부의 입출력 관계식을 유도하였다. 구동부

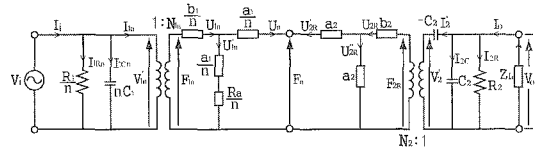


그림 3. Rosen형 적층 압전변압기의 단순화 등가 회로모델.

Fig. 3. Simplified equivalent circuit model of a Rosen-type multilayer piezoelectric transformer.

의 전기적 관계는 식(8)로, 전기적인 관계에서 기계적인 변환 관계는 식(9)로 각각 유도 할 수 있다. 식(9)에 식(8)를 대입하여 정리하면 단순화 등가회로모델 구동부의 전기적인 입력과 기계적인 변환 관계를 식(10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} V_{1n}' \\ I_{1n}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n(R_1 - jX_1)}{jX_1R_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} F_n \\ U_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{1n}' \\ I_{1n}' \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{N_{1n}(2a_1 + R_n)}{(a_1 + R_n)} & -\frac{a_1^2 + 2a_1b_1 + a_1R_n + b_1R_n}{nN_{1n}(a_1 + R_n)} \\ -\frac{nN_{1n}}{(a_1 + R_n)} & \frac{a_1 + b_1 + R_n}{N_{1n}(a_1 + R_n)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{1n}' \\ I_{1n}' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} F_n \\ U_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$= \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix}$$

그림 2를 이용한 입출력 관계식은 구동부와 발전부의 기계적 회로 경계에서  $U_{2R}' = -nU_R$  관계를 이용하여 관계식을 유도하였으나 단순화 등가회로모델에서는  $F_R = F_n$ 이고  $U_{2R}' = -U_n$ 으로부터  $U_n = nU_R$ 이므로 식(11)로 구동부와 발전부 경계에서의 관계를 나타낼 수 있다. 발전부의 기계적 진동에서 전기적 출력 관계식은 적층형 등가회로 모델과 같고, 식(7)과 동일한 과정을 통해 단순화 등가회로 모델의 입출력 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{pmatrix} F_{2R} \\ U_{2R} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_2 + b_2}{a_2} & -(a_2 + 2b_2) \\ \frac{1}{a_2} & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_n \\ U_n \end{pmatrix} \quad (11)$$

표 1. 압전세라믹스의 재료상수.

Table 1. Piezoelectric material constants.

Density [ kg/m <sup>3</sup> ]	7800
Relative Permittivity	1100
$Q_m$	1800
$k_{31}$	0.32
$k_{33}$	0.70
$d_{31}$ [ C/N ]	$-110 \times 10^{-12}$
$d_{33}$ [ C/N ]	$280 \times 10^{-12}$
$g_{33}$ [ Vm/N ]	$27 \times 10^{-3}$
$s_{11}^E$ [ m <sup>2</sup> /N ]	$12 \times 10^{-12}$
$s_{33}^E$ [ m <sup>2</sup> /N ]	$16 \times 10^{-12}$

#### 4. 결과 및 고찰

실험에 사용한 압전변압기는 11층과 13층 Rosen형 적층 압전변압기이고 출력특성 측정을 위한 입력 전압은 10 V<sub>p-p</sub>로 하였다. 출력전압은 5 kΩ, 50 kΩ, 500 kΩ의 부하저항에서 VEE Lab으로 각 장비를 제어하여 HP3240 Function Generator의 입력전압 주파수를 각 부하 저항마다 95 kHz에서 108 kHz까지 200 Hz 씩 증가시키면서 HP34401A Digital Multimeter로 측정하였다. 제안한 Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로모델이 타당함을 검증하기 위해 유도한 입출력 관계식을 이용하여 실험과 동일한 조건에서 시뮬레이션 하였다. Rosen형 적층 압전변압기의 두께는 11층이 1.1 mm, 13층이 1.2 mm, 길이는 11층과 13층 모두 31.2 mm, 폭은 4.7 mm로 동일하고, 시뮬레이션에서 사용한 재료상수는 표 1과 같다.

Rosen형 적층 압전변압기 등가회로모델과 단순화 등가회로모델을 검증하기 위해 각각 유도한 입출력 관계식을 이용하여 시뮬레이션 하였다. 먼저 그림 2의 등가회로모델로부터 유도한 입출력 관계식(7)을 이용한 시뮬레이션에서 적층수 n을 프로그램 내에서 11과 13으로 구분하여 시뮬레이션한 결과로 적층의 영향을 보였고, 각 시뮬레이션 결과는 11층과 13층 압전변압기를 가지고 실험한 결과와 비교하였다.

그림 4와 그림 5는 부하저항이 10 kΩ, 100 kΩ일 때 각각 11층과 13층 압전변압기의 시뮬레이션과 실험 결과를 비교한 그림이다. 시뮬레이션과 실험

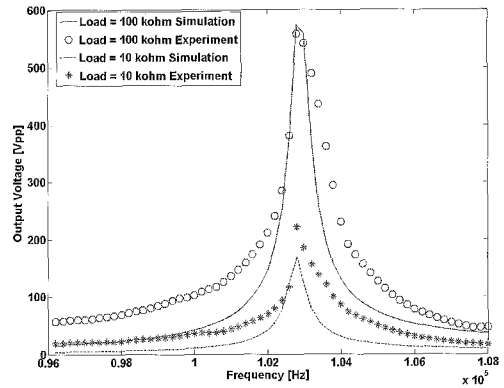


그림 4. 11층 압전변압기의 부하저항에 따른 출력 전압 특성.

Fig. 4. Output voltage characteristics of a 11-layered piezoelectric transformer.

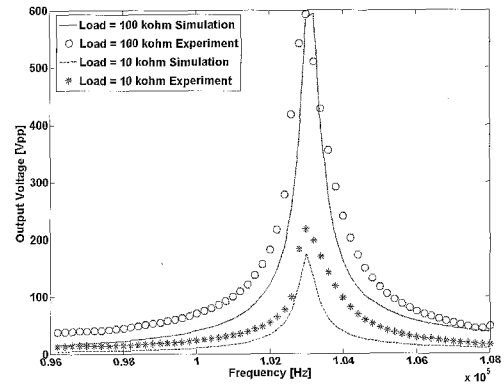


그림 5. 13층 압전변압기의 부하저항에 따른 출력 전압 특성.

Fig. 5. Output voltage characteristics of a 13-layered piezoelectric transformer.

결과는 부하저항이 증가함에 따라 출력전압이 증가하다가 약 100 kΩ일 때 공진주파수에서 11층 압전변압기인 경우 최대 전압이 570 V<sub>p-p</sub>, 13층 압전변압기는 590 V<sub>p-p</sub>이었다. 적층수가 증가하면 출력전압도 증가하였으며 실험값도 11층보다 13층이 더 높은 출력전압이 측정되었다. 그림 6과 그림 7은 주파수를 96~108 kHz 사이에서 200 Hz씩 증가시키고 1~500 kΩ의 부하저항에서 11층 압전변압기의 주파수와 부하저항 변화에 의한 출력전압 특성을 보여주는 그림이고, 그림 8과 그림 9는 동일한 조건에서 13층 압전변압기의 출력전압 특성

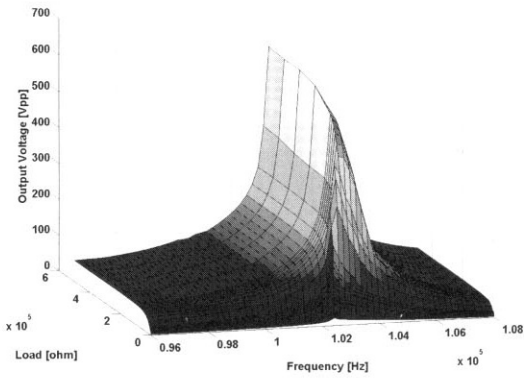


그림 6. 11층 압전변압기의 출력전압 특성(실험).  
Fig. 6. Output voltage characteristics of a 11-layered piezoelectric transformer (Experiment).

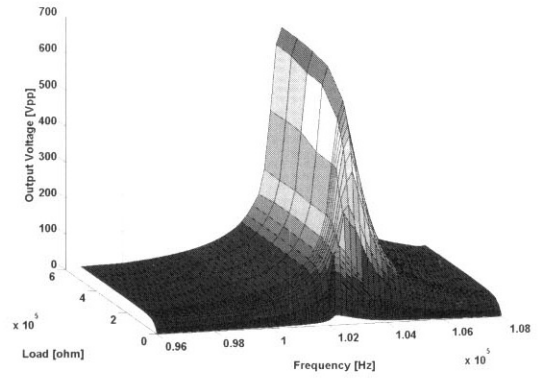


그림 8. 13층 압전변압기의 출력전압 특성(실험).  
Fig. 8. Output voltage characteristics of a 13-layered piezoelectric transformer (Experiment).

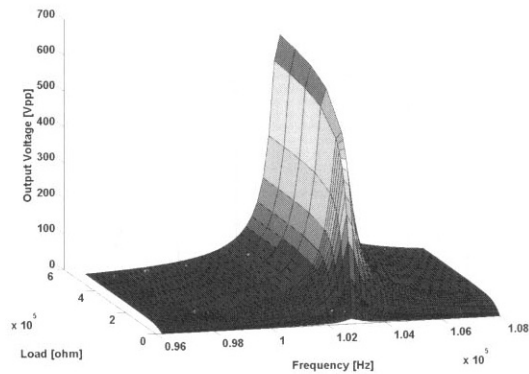


그림 7. 11층 압전변압기의 출력전압 특성(시뮬레이션).  
Fig. 7. Output voltage characteristics of a 11-layered piezoelectric transformer (Simulation).

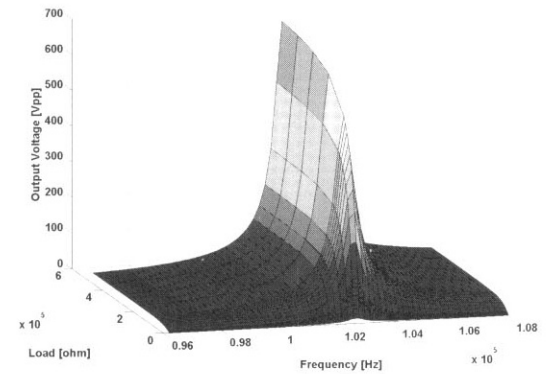


그림 9. 13층 압전변압기의 출력전압 특성(시뮬레이션).  
Fig. 9. Output voltage characteristics of a 13-layered piezoelectric transformer (Simulation).

을 보여주는 그림이다. 11층 압전변압기는 공진주파수 103 kHz로 동작 시킬 때 최대 출력전압이 약 630 V<sub>p-p</sub>이었고, 각 부하 저항에서 공진주파수를 중심으로 출력전압이 증가하다가 감소하는 특성을 보였다. 13층 압전변압기는 공진주파수에서 최대 출력전압이 약 670 V<sub>p-p</sub>이었고, 부하 특성과 주파수 특성 모두 11층 압전변압기와 동일한 추세를 보였다. 11층과 13층 압전변압기 모두 부하저항의 증가에 따라 공진주파수에서의 출력전압 또한 증

가하다가 약 300 kΩ이상에서 포화됨을 보였다. 실험과 시뮬레이션의 전체적인 출력특성을 비교했을 때 제안한 적층형 압전변압기의 등가회로모델이 타당하다고 할 수 있다.

그러나 각 부하 저항별 시뮬레이션 결과를 실험값과 비교했을 때 공진주파수 부근에서 출력전압은 비슷하나 공진 주파수보다 1 kHz 이상 높거나 낮은 주파수에서 시뮬레이션의 출력전압이 실험값보다 낮게 출력됐다. 이는 시뮬레이션의 대역폭이

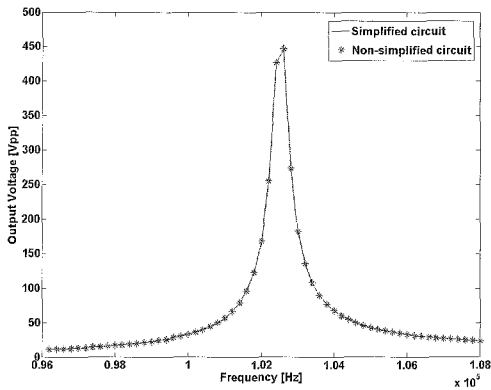


그림 10. 단순화 등가모델회로의 주파수 특성 비교(11층).

Fig. 10. Frequency characteristics of a simplified equivalent circuit model (11-layered piezoelectric transformer).

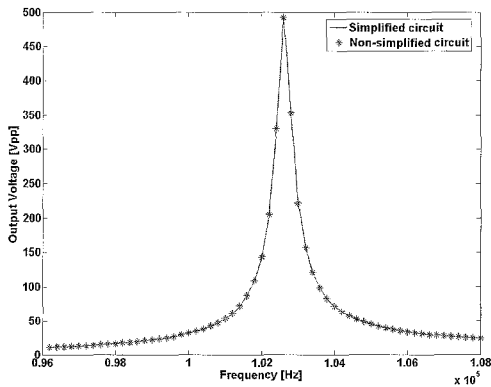


그림 11. 단순화 등가모델회로의 주파수 특성 비교(13층).

Fig. 11. Frequency characteristics of a simplified equivalent circuit model (13-layered piezoelectric transformer).

실험의 대역폭보다 좁은 것을 의미하며, 기계적 품질계수 등 대역폭에 영향을 주는 요소도 시뮬레이션에 고려해야한다고 생각된다.

단순화 등가회로모델의 입출력 관계식 (10)과 (11)를 이용한 시뮬레이션 결과와 그림 2의 적층형 등가회로모델에서 유도한 입출력 관계식에 의한 시뮬레이션을 비교하였다. 그림 10과 그림 11은 부하저항이 50 kΩ일 때 11층과 13층 압전변압기의

시뮬레이션 결과를 비교한 그림으로 11층과 13층 모두 단순화 등가회로모델과 적층형 등가회로모델이 같은 출력 결과를 보인다.

## 5. 결론

본 논문은 압전진동자에 관한 Mason의 등가회로모델을 기초로 한 단판형 압전변압기의 등가회로모델을 응용하여, 적층 구조인 구동부는 각 층의 전기기계적인 등가회로가 병렬 연결된 형태로 표현되고 발전부는 단판형 진동자의 등가회로로 표현된 Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로모델을 제안하였다. 또 Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로모델은 그 구동부의 회로가 적층수 만큼 반복적으로 병렬 연결된 복잡한 형태이며, 이를 단판형과 같은 단일 입력 형태의 간단한 형태를 가진 단순화 등가회로모델을 구하였다.

제안한 Rosen형 적층 압전변압기의 등가회로모델과 이론적인 해석방법의 타당성을 확인하기 위하여 Rosen형 적층 압전변압기를 제작하고 이 압전변압기에 연결된 부하저항과 인가전원의 주파수를 각각 가변시키면서 측정된 출력전압의 실험값과 이론적으로 유도한 전기적 입출력 관계식을 이용하여 시뮬레이션한 계산값을 비교 분석하였다. 이러한 압전변압기의 출력전압에 관한 시뮬레이션 결과와 실험 결과는 거의 동일하게 나타났으며 이를 통해 Rosen형 적층 압전변압기에 관하여 제안한 등가회로모델과 그 이론적인 해석방법이 타당성이 있음을 보여 주었다.

## 참고 문헌

- [1] C. A. Rosen, "Ceramic transformer and filters", Proc. Electronic Comp. Symp., p. 205, 1957.
- [2] H. W. Katz, "Solid state magnetic and dielectric devices", John Wiley & Sons, Inc., New York, p. 87, 1959.
- [3] P. A. van Berkkum, J. C. Sinclair, and K. Rancy, "High voltage ceramic transformer", IRE Trans, Broadcast and Television Receivers, Vol. BTR-8, Part. 1, p. 22, 1962.
- [4] K. Uchino, "Ferroelectric Devices", Marcel Dekker, Inc., p. 161, 2000.
- [5] Stewart Sherrit, Sean P. Leary, Benjamin P. Dolgin, and Yoseph Bar-Cohen, "Comparison

- of the mason and KLM equivalent circuits for piezoelectric resonators in the thickness mode", IEEE Ultrasonics Symposium, 1999.
- [6] W. P. Mason, "Physical acoustics", Academic Press, Vol. 1, Part A, p. 169, 1964.
- [7] J.-H. Kim, D.-Y. Han, M.-H. Nam, and S.-M. Kang, "Analysis of a three-layered piezoelectric ceramic transformer filter", IEEE Trans. Circuit & System-I, Vol. 42, No 6, p. 307, 1995.