

등가화 방법을 이용한 금속-압전 세라믹 적층평판의 진동해석

논문
13-1-7

The Vibration Analysis of Metal-Piezoceramic Laminated Thin Plates by Using a Equivalent Method

고영준*, 남효덕**, 장호경***

(Young-Jun Go*, Hyo-Duk Nam**, Ho-Gyeong Chang***)

Abstract

An analysis of the free vibration for the metal-piezoceramic laminated thin plates is described. The purpose of this study is to develop a equivalent method for the free vibration analysis of metal-piezoceramic laminated thin plates which are not symmetric about the adhered layer and the piezoelectric effect. In order to confirm the validity of the vibration analysis, double Fourier sine series is used as a modal displacement function of a metal-piezoceramic laminated thin plate and applied to the free vibration analysis of the plate under various boundary conditions.

Key Words(중요용어) : metal-piezoceramic, equivalent method, double Fourier sine series

1. 서 론

압전세라믹스는 전기음향변환 재료로써 우수한 재료이고¹⁾, 어군탐지거나 수중탐지기와 같은 수중통신 등의 초음파 영역으로부터 응용이 시작되었지만 음향기기, 영상기기, 통신기기, 센서 등의 광범위한 분야로 연구가 수행되고 있다²⁾. 최근에는 압전재료의 가공기술 및 제조공정이 크게 향상되면서 압전 음향소자가 더욱 주목을 받게 되었다. 이러한 압전 음향소자는 분극화된 얇은 압전세라믹 재료를 제조한 후 금속 진동판에 부착시킨 진동자 구조로써, 전기음향변환 효율이 우수해서 맑고 깨끗한 음의 발생이 가능하고, 소형, 경량이며 낮은 소비전력으로 음향 소자의 구동이 가능하기 때문에 최근에는 압전부저, 전화기의 송·수화기, 압전스피커 등의 넓은 분야에 응용되고 있다.

얇은판에 대한 진동해석의 연구는 꾸준히 수행되어

왔으나, 압전효과가 고려된 압전 복합평판에 대한 해석은 좀 더 복잡한 문제이다. Denkmann³⁾은 Rayleigh-Ritz방법을 이용하여 압전 세라믹 원형평판의 고유진동수들을 계산하였다. 그러나 현실적으로 적용하기엔 부족하였다. Adelman과 Stavsky⁴⁾는 압전 원형평판 진동의 완전해를 구하였다. 1983년에 Mu⁵⁾는 Hamilton 이론을 이용해서 공진상태에서의 일반해와 진동수방정식 뿐만 아니라, 금속-압전 세라믹 복합원형 디스크의 운동미분방정식과 경계조건을 도출하였다. 최근에 Gao⁶⁾는 압전층으로 적층된 직사각형평판의 자유진동을 3차원적으로 해석하였다.

본 연구에서는 Kirchhoff의 얇은 평판이론⁷⁾과 g-압전 요소방정식⁸⁾에 기초를 두고 대칭되지 않은 접착층과 압전효과를 고려한 금속-압전세라믹 적층평판을 등가화 방법을 이용하여 등가재료 특성을 도출하였다. 그리고, 이중 푸리에 사인시리즈법(double Fourier sine series method : DFSSM)을 이용하여 등가화된 금속-압전세라믹 적층평판의 고유진동수와 외팔형태, 고정형태, 그리고 모서리가 단순지지된 형태에 따른 진동형태를 가시화하였다.

2. 이 론

금속-압전 세라믹 적층평판을 등가 단일층 평판으

* : 영남대학교 대학원 센서 및 시스템공학과
** : 영남대학교 전기전자공학부
(경북 경산시 대동 214-1, Tel : 053-810-2493, Fax : 053-813-8230 E-mail : hdnam@yucc.yeungnam.ac.kr)
*** : 경산대학교 자연과학부

1999년 7월 13일 접수, 1999년 10월 25일 심사완료

로 등가화하기 위해서 접착층에서의 금속과 압전 세라믹에 대해 고착점들에서의 연속된 변형조건과 전단 응력 성분들은 같다고 가정하였다. Kirchhoff의 얇은 평판이론과 g-압전 요소방정식에 의해 중간면까지의 높이(h_0)를 계산한 다음 경계조건에 따라 금속-압전 세라믹 적층평판의 운동 미분방정식을 구하고, 금속-압전세라믹 적층평판의 경계조건과 운동 미분방정식을 전형적인 단층평판의 경계조건과 운동미분방정식과 비교하여 등가 단층평판의 등가량을 구한다. 금속-압전 세라믹 적층평판의 요소형태를 Fig. 1에 나타내었다. 여기서 윗층은 금속 평판이며, 아래층은 압전 세라믹평판이다. t_1, t_2 는 각각 금속평판과 압전 세라믹평판의 두께를 나타내며, E 는 영률, u 는 포아손비, ρ 는 밀도이다.

그림 1. 금속-압전세라믹 적층평판의 요소성분
Fig. 1. The metal-piezoelectric laminated plate element

금속-압전 세라믹 적층평판의 두께는 Kirchhoff-Love의 얇은 평판이론을 따르기 위해 다른 치수에 비해 충분히 작아야 한다. 금속과 압전 세라믹은 완전히 접착된 것으로 접착층 안에서 측면 전단응력 성분은 같다고 가정하고, 압전 복합층의 자유표면 응력 조건을 고려하면 중간면을 얻을 수 있다. 우선 금속평판을 살펴보면, 후크(Hooke)의 법칙⁶⁾에 의해 금속평판의 응력성분을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{E_1(z-h_0)}{1-u_1^2} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + u_1 \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right) \\ \sigma_y &= -\frac{E_1(z-h_0)}{1-u_1^2} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + u_1 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{E_1(z-h_0)}{1+u_1} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y}$$

여기서 ξ 는 평판의 휨 정도를 나타내고, $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 는 각각 x 축과 y 축 그리고 xy 축에 작용하는 응력성분이

다. 식(1)의 결과를 금속평판층의 운동미분방정식에 대입한 후, z 에 대하여 적분하면 τ_{xx} 를 식(2)와 같이 구할 수 있다. 여기서 $\nabla^2 \xi$ 는 $\partial^2 \xi / \partial x^2 + \partial^2 \xi / \partial y^2$ 이다.

$$\tau_{xx} = [E_1 / (1-u_1^2)] (z^2/2 - h_0 z) (\partial / \partial x) \nabla^2 \xi + f_1 \quad (2)$$

Kirchhoff의 얇은 평판이론과 g-압전 요소방정식을 이용하여 압전 세라믹평판층의 응력성분을 계산할 수 있다. 압전성을 나타내는 결정체에는 응력(T_k) 및 변형(S_h)인 기계적인 성분과 전계(e_i) 및 전기변위(D_i) 또는 분극(P)인 전기적인 성분이 공존하며, 압전 효과를 서로 관련시키는 것을 전기-기계 결합계수라 한다⁹⁾. 이들 관계를 서로 선형적이라 하고 결정체에 대해서 임의의 직각좌표축을 취해 식으로 나타내면 식(3)과 같다. 본 논문에서는 영률(E)과 구별하기 위하여 e 로 표현하였다.

$$\begin{aligned} S_h &= s_{hk}^p T_k + g_{jh} D_j \\ e_i &= -g_{ik} T_k + (1/\epsilon_{ij}^p) D_j \\ (h, k &= 1, 2, \dots, 6 ; i, j = 1, 2, 3) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 s_{hk}^p 는 전계가 일정할 때의 탄성 컴플라이언스(elastic compliance)이고, ϵ_{ij}^p 는 응력이 일정할 때의 유전율(permittivity), g_{jh} 는 압전 전압상수(piezoelectric voltage constant)이다. x 축과 y 축에 대한 압전 세라믹평판층의 응력성분(T)과 z 축에 평행한 전계(e_3)를 구하면 각각 식(4), (5)와 같다. 여기서 E_2 는 $1/s_{11}^p$, u_2 는 $-s_{12}^p/s_{11}^p$ 로 정의된다.

$$\begin{aligned} T_1 &= -\left[\frac{E_2(z-h_0)}{1-u_2^2} \right] \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \left[\frac{E_2 u_2(z-h_0)}{1-u_2^2} \right] \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \\ &\quad - \left[\frac{E_2 g_{31}}{1-u_2} \right] D_3 \\ T_2 &= -\left[\frac{E_2(z-h_0)u_2}{1-u_2^2} \right] \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - \left[\frac{E_2(z-h_0)}{1-u_2^2} \right] \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \\ &\quad - \left[\frac{E_2 g_{31}}{1-u_2} \right] D_3 \\ T_6 &= -\left[\frac{E_2}{1+u_2} \right] \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (4)$$

$$e_3 = -g_{31}(T_1 + T_2) + (1/\epsilon_{33}^p) D_3 \quad (5)$$

식(4)를 식(5)에 대입하여 압전 세라믹에서의 전계는 압전층의 두께를 따라 일정하다고 가정하고 t_1 부터 t_1+t_2 까지 z 로 적분하면 식(6)과 같이 표현된다. 여기서 V 는 z 방향으로 압전 세라믹층에 인가한 전압

이며, 식(6)에서 D_3 성분을 구할 수 있다. 구해진 D_3 성분을 식(4)에 대입하고 그 결과를 압전 세라믹평판 층의 운동미분방정식에 적용시킨 후 z 로 적분하면 T_{zx} 값을 얻을 수 있다.

$$\int_{t_1}^{t_1+t_2} e_3 dz = \frac{E_2 \epsilon_{31} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right)}{(1-u_2) \int_{t_1}^{t_1+t_2} (z-h_0) dz} + \left(\frac{2e_2 \epsilon_{31}^2}{1-u_2} + \frac{1}{\epsilon_{33}} \right) t_2 D_3 = V \quad (6)$$

$$T_{zx} = [E_2(z^2/2-h_0z)/(1-u_2^2)] (\partial/\partial x) \nabla^2 \xi + f_2 \quad (7)$$

금속과 압전세라믹은 완전히 접착된 것으로 접착층 안에서 측면 전단응력 성분은 같다고 가정하고, 압전 복합층의 자유표면 응력조건을 고려하면 식(8)과 같은 관계식을 유도할 수 있으며, 식(2)와 식(7)을 식(8)에 대입하면 중간면의 높이를 알 수 있다.

$$\tau_{zx}|_{z=t_1} = T_{zx}|_{z=t_1}, \quad \tau_{zx}|_{z=0} = 0, \quad T_{zx}|_{z=t_1+t_2} = 0 \quad (8)$$

$$h_0 = \frac{\frac{1}{2}(Q_1 t_1^2 + Q_2 t_2^2 + 2Q_2 t_1 t_2 - 2K_1 t_1)}{Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + K_2 t_2} \quad (9)$$

여기서 Q_1, Q_2 는 각각 x 축과 y 축에 작용하는 전단력을 나타내며, K_1, K_2 는 다음과 같다.

$$K_1 = \frac{\epsilon_{31}^2 (t_1 t_2 + \frac{1}{2} t_2^2)}{\left[2\epsilon_{31}^2 + \beta_{33}^T \left(\frac{1}{E_2} \right) (1-u_2) \right] t_2 \left(\frac{1}{E_2} \right) (1-u_2)}$$

$$K_2 = \frac{-\epsilon_{31}^2 t_2}{\left[2\epsilon_{31}^2 + \beta_{33}^T \left(\frac{1}{E_2} \right) (1-u_2) \right] t_2 \left(\frac{1}{E_2} \right) (1-u_2)}$$

식(1)과 압전세라믹 평판층의 응력성분을 이용하여 적층된 평판의 단위 길이당 굽힘모멘트를 식(10)과 같이 구할 수 있으며, 여기서 등가 굽힘강성(D_e)과 등가 포아슨비(u_e)를 유도할 수 있다.

$$M_x = \int_0^{t_1} \sigma_x (z-h_0) dz + \int_{t_1}^{t_1+t_2} T_1 (z-h_0) dz = -D_e \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + u_e \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$

여기서 a, b, c 그리고 K_3 는 아래와 같이 표현되며 자유진동을 고려하였으므로, V 는 0로 둔다. 이로써 굽힘강성과 등가 포아슨비는 각각 식(11) 및 식(12)와 같다.

$$a = \frac{1}{3} t_1^3 + h_0^2 t_1 - t_1^2 h_0$$

$$b = \frac{(t_1+t_2)^3 - t_1^3}{3} + t_2 h_0^2 - h_0 (t_2^2 + 2t_1 t_2)$$

$$c = \frac{(t_2^2 + 2t_1 t_2)}{2} - h_0 t_2$$

$$K_3 = \frac{1}{\left[2\epsilon_{31}^2 + \beta_{33}^T \left(\frac{1}{E_2} \right) (1-u_2) \right] t_2} \quad (11)$$

$$D_e = aQ_1 + bQ_2 - c(K_1 + K_2 h_0) \quad (11)$$

$$u_e = \frac{aQ_1 u_1 + bQ_2 u_2 - c(K_1 + K_2 h_0)}{aQ_1 + bQ_2 - c(K_1 + K_2 h_0)} \quad (12)$$

$\xi(x,y)$ 가 평판의 내부에서 이중 푸리에 사인시리즈로 표시될 수 있는 함수라고 가정하고 모달 함수의 미분값들을 코사인 및 사인시리즈로 표시할 때 이중 사인시리즈는 모든 변이 단순지지된 평판에 대하여 모든 기하학적인 경계조건을 만족시킨다. 여기서 기하학적인 경계조건을 만족시키지 못할 경우 라그랑지 상수들을 이용하여 기하학적인 경계조건을 구속시킨다. 일반적으로 평판의 모달 함수 $\xi(x,y)$ 는 식(13)과 같다⁹⁾.

$$\xi(x,y) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (13)$$

경계조건이 고려될 때 정확히 사인시리즈의 미분값을 구하기 위해서는 스투스 변환이 필요하다. 만약 평판의 경계조건이 자유 경계단일 경우는 모서리 및 경계면에서 변위를 가정하여 전체에너지가 최소가 되도록 변위들의 계수를 구하고, 고정 경계단일 경우는 각각의 경계면의 기울기가 0이 되도록 구속한다. 본 연구에서는 두가지 형태의 경계조건을 고려하였다. 만약 $y=0$ 인 모서리의 고정 경계단일 경우는 휨과 회전각이 0이고, 단순지지 경계단일 경우는 휨과 굽힘모멘트가 0이다⁹⁾.

라그랑지 상수들에 의해 구속되어진 기하학적인 경계조건들은 각각의 경계면이 위치하는 직선을 따라 적분이 되어야 한다. 라그랑지 상수 $A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}$ 들은 각 변에서 기울기가 0이 되도록 하기 위한 값이며, 물리적으로 모멘트와 관련된 양이다. 그리고 변분원리에 기초를 두고 있는 안정화 조건에 의하여 식(14)와 같이 선형방정식의 형태로 표시된다.

$$[C_{ij}] [A_{mn}, \mu_p, \epsilon_q, \tau_r, \nu_s, \mu_e, \epsilon_e, \tau_e, \nu_e, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}]^T = 0 \quad (14)$$

식(13) 및 식(14)에서 M, N 은 푸리에 시리즈의 함수, $A_{mn}, \mu_p, \epsilon_q, \tau_r, \nu_s$ 는 평판 모달함수의 푸리에 시리즈 계수들, 그리고 $\mu_e, \epsilon_e, \tau_e, \nu_e$ 는 모서리의 변위이다. 주파수 행렬식(frequency determinant)은 대칭이며, 경계조건을 만족시킨다. 평판의 고유진동

수 매개변수는 구성방정식의 행렬식($[C_{ij}]$)이 0이 될 때 얻어진다. 고유진동수는 주파수 매개변수의 값에 따라 구해지며, 고유모드는 각각의 고유진동수 매개변수에 대응하여 퓨리에 시리즈 계수들의 상대비율 구하여 해당 고유모드를 구한다.

3. 수치해석 결과

금속-압전 세라믹 적층평판을 등가 단일층 평판으로 등가화하였으며, 등가화된 직사각형 평판의 진동특성을 분석하기 위하여 이중 퓨리에 사인시리즈법을 사용하였다. 그리고, 유한요소법(finite element method : FEM)에서 얻은 고유진동수와 비교 분석하였다. 또한 이중 퓨리에 사인시리즈법으로 진동모드를 해석하였다.

연구대상 구조물은 직사각형 금속-압전 세라믹 적층평판 모델을 설정하였으며, 금속평판의 재원특성은 두께 1mm, 너비 40mm, 길이 40mm이며, 프와송 비는 0.34, 밀도는 2700Kg/m³, Young율은 7×10¹⁰Pa인 알루미늄이다. 그리고, 압전 세라믹판은 두께 1mm, 너비 40mm, 길이 40mm이며, 포아슨비는 0.33, 밀도는 7900Kg/m³, Young율은 8×10¹⁰Pa이다. s_{11}^p 은 12.5×10⁻¹²m²/N, s_{12}^p 는 -4.125×10⁻¹²m²/N, g_{31} 은 0.01139Vm/N이며, β_{33}^T 는 1.1309×10⁶m/F이다.

직사각형 금속-압전 세라믹 적층평판의 재원특성을 적용하여 Fig. 2와 같이 등가화방법을 통해 단일 평판으로 등가화 된 재원특성은 두께 1.979mm, 너비 40mm, 길이 40mm이며, 포아슨비는 0.288, 밀도는 5.356×10³Kg/m³이다.

그림 2. 금속-압전세라믹 적층평판의 등가모델링
Fig. 2. Equivalent modelling for the metal-piezoceramic laminated rectangular plate

Fig. 3과 Fig. 4에서 연구대상 구조물인 직사각형 금속-압전 세라믹 적층평판에서 금속평판의 두께 5mm 까지의 증가분에 대한 압전 세라믹판의 두께가 1mm, 2mm, 3mm, 4mm, 및 5mm일 때 등가 굽힘강성과 등가 포아슨비의 변화율 식(11)과 식(12)를 이용하여 구하였다.

Fig. 3에서 평판의 두께가 증가함에 따라 등가 굽힘강성은 증가함을 알 수 있다. 상대적으로는 압전 세라믹평판층의 두께가 증가함에 따라 굽힘강성이 조금 더 증가하였다. Fig. 4는 금속판의 두께가 증가함에 따라 포아슨비는 감소하였으며, 압전 세라믹층의 두께가 증가함에 따라 포아슨비는 증가함을 알 수 있다. 그러나, 선험적인 변화는 이루어지지 않으므로 설계 전에 알맞은 값을 찾을 필요가 있다.

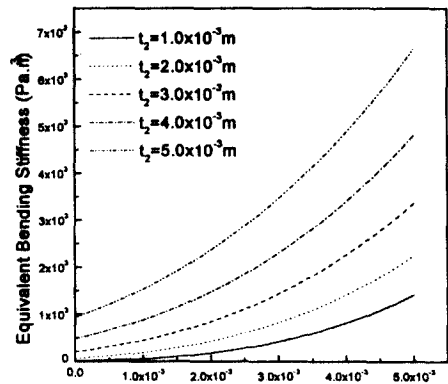


그림 3. 금속층과 압전세라믹층의 두께변화에 따른 등가 굽힘강성

Fig. 3. Equivalent bending stiffness vs. thickness of metal layer for the various thickness of piezoceramic layer

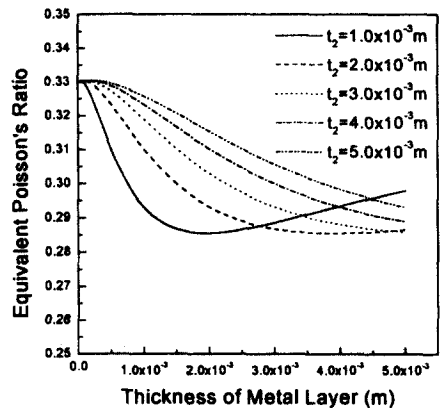


그림 4. 금속층과 압전세라믹층의 두께변화에 따른 등가 포아슨비

Fig. 4. Equivalent Poisson's ratio vs. thickness of metal layer for the various thickness of piezoceramic layer

Fig. 5, Fig. 6 및 Fig. 7에는 금속평판의 재료를 알루미늄, 황동, 그리고 스테인레스로 교체했을 때의 등가 굽힘강성과 등가 포아슨비 그리고 등가 두께를 구하였다. 이 때 금속판은 두께(t_1)를 1mm로 두고 계산하였다. 알루미늄 평판의 재원특성은 이미 소개하였으며, 황동은 포아슨비가 0.35, 밀도는 8600Kg/m³, 그리고 Young율은 10×10¹⁰Pa이다. 스테인레스의 재원특성은 포아슨비가 0.30, 밀도는 7910Kg/m³, 그리고 Young율은 19.7×10¹⁰Pa이다.

Fig. 5는 압전 세라믹판의 두께 5mm까지의 증가분에 대한 세가지 금속의 등가 굽힘강성의 변화를 구하였다. 등가 굽힘강성의 크기는 금속판이 스테인레스일 때가 가장 컸으며 압전 세라믹판의 두께의 증가에 따라 지수함수적으로 증가함을 알 수 있다.

Fig. 6은 압전 세라믹판의 두께 5mm까지의 증가분에 대한 세가지 금속판의 등가 포아슨비의 변화를 구하였다. 금속판이 알루미늄일 때 등가 포아슨비는 가장 컸으나, 압전 세라믹판 두께가 1.5mm 이상이 되면서 금속판이 황동일 때 등가 포아슨비가 더 커짐을 알 수 있다.

Fig. 7은 압전 세라믹판의 두께 5mm까지의 증가분에 대한 세가지 금속판의 등가 두께의 변화를 구하였다. 금속판이 알루미늄일 때의 등가두께가 가장 컸으나, 압전 세라믹판 두께가 3mm 이상이 되면서 금속판이 스테인레스일 때 등가 두께가 더 커짐을 알 수 있다.

Fig. 2와 같이 등가화방법을 이용하여 등가 단층평판으로 모델링하고, DFSSM과 FEM을 이용하여 고유진동수와 진동모드를 구하였다. 이중 퓨리에 사인

시리즈법에서 구한 식(14)와 연속체를 각각 무한개의 질량과 강성을 가진 요소들의 복합체로 간주한 유한요소법의 이론¹⁰을 이용하여 계산한 고유진동수 매개변수의 결과는 Table 1와 같다.

Fig. 8, Fig. 9 및 Fig. 10은 등가화된 재원특성에 따라 이중 퓨리에 사인시리즈법을 이용하여 외팔경계, 고정경계, 단순지지 경계조건에 따른 고유모드를 나타내었다. 고유진동수는 고유진동수 매개변수

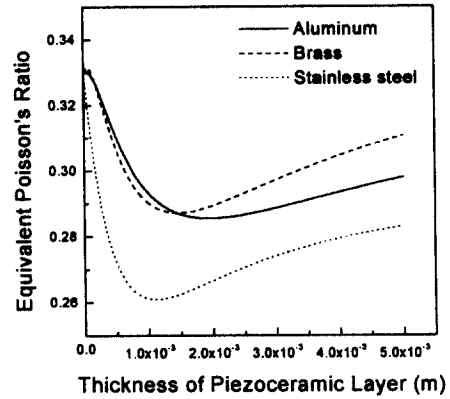


그림 6. 압전세라믹층의 두께변화와 다양한 금속성분에 따른 등가 포아슨비

Fig. 6. Equivalent Poisson's ratio vs. thickness of piezoceramic layer for the various materials of metal layer

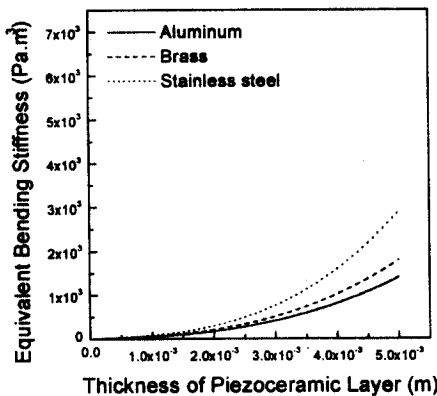


그림 5. 압전세라믹층의 두께변화와 다양한 금속성분에 따른 등가 굽힘강성

Fig. 5. Equivalent bending stiffness vs. thickness of piezoceramic layer for the various materials of metal layer

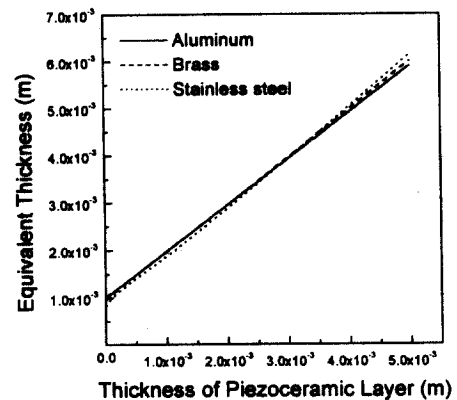


그림 7. 압전세라믹층의 두께변화와 다양한 금속성분에 따른 등가 두께

Fig. 7. Equivalent thickness vs. thickness of piezoceramic layer for the various materials of metal layer

표 1. 다양한 경계조건에 따른 직사각형 평판의 고유진동수 매개변수

Table 1. Normalized frequency parameters of a rectangular plate under various boundary conditions.

Type	Method	Mode sequence			
		1st	2nd	3rd	4th
Cantilever	FEM	3.459	8.356	21.093	30.554
	DFSSM	3.452	8.515	21.166	30.035
Clamp	FEM	37.033	82.032	82.032	125.021
	DFSSM	36.209	83.155	83.155	124.535
Support	FEM	20.487	50.062	50.062	77.455
	DFSSM	19.742	50.354	50.354	77.965

의 값에 따라 구해지며, 고유모드는 각각의 고유진동수 매개변수에 대응하여 푸리에 시리즈 계수들의 상대비를 구하여 해당 고유모드를 구한다.

Fig. 8은 한쪽끝이 고정된 외팔 직사각형 평판의 고유모드를 나타낸 것이며 고정되지 않은 한쪽으로

그림 9. 주변고정된 금속-압전세라믹 적층평판의 고유진동모드

Fig. 9. The first four mode shapes for a clamped metal-piezoceramic laminated thin plate

(c) 3rd mode(5921.85Hz) (d) 4th mode(8403.23Hz)

그림 8. 외팔형태로 구속된 금속-압전세라믹 적층 평판의 고유진동모드

Fig. 8. The first four mode shapes for a cantilevered metal-piezoceramic laminated thin plate

(c) 3rd mode(14088.11Hz) (d) 4th mode (21813.145Hz)

그림 10. 주변지지된 금속-압전세라믹 적층평판의 고유진동모드

Fig. 10. The first four mode shapes for a simply supported metal-piezoceramic laminated thin plate

진동형태가 편중되는 것을 볼 수 있다. 이러한 모드 형태는 Kubota¹¹⁾의 실험에 의한 연구결과와 일치하였다. Fig.9는 네 모서리를 모두 고정시킨 상태의 직사각형 평판의 고유모드를 나타낸 것이다. 모드형태는 순차적으로 (1,1), (2,1), (1,2), (3,1)형태를 취한다. Fig. 10은 네 모서리를 모두 단순지지한 상태의 직사각형 평판의 고유모드를 나타낸 것이다. 그리고, 모드형태는 순차적으로 (1,1), (2,1), (1,2), (2,2)형태를 취한다. Fig. 9와 Fig. 10의 결과는 단순지지된 경우와 고정된 경우는 형상비가 1일 때는 각각 2차와 3차의 고유진동수가 같으며, 모드형태는 (2,1), (1,2)형태를 취한다. 고유진동수 계산에 사용된 무차원 진동수 변수는 일반적으로 경계조건, 형상비, 그리고 포아손비의 함수로 표현된다. 그러나, 자유경계조건을 갖는 변이 전혀없는 경우 즉, 네 모서리가 단순지지된 경우와 고정일 경우에는 포아손비와 무관하게 된다.

4. 결 론

본 연구에서는 대칭되지 않은 접착층과 압전효과를 고려한 새로운 해석방법인 금속-압전세라믹 적층평판에 대한 복잡한 문제를 단일층의 균일한 얇은 평판으로 변환하여 해석하는 등가화 방법을 이용하여 등가 재료 특성을 도출한 후 이중 푸리에 사인시리즈법을 이용하여 금속-압전 세라믹스 적층평판의 고유진동수와 고유모드를 구하였다.

연구대상 구조물인 직사각형 금속-압전 세라믹 적층평판의 각각의 두께변화에 따른 계원특성 변화를 조사한 결과 평판의 두께가 증가함에 따라 등가 굽힘 강성은 증가함을 알 수 있었고, 금속판의 두께가 증가함에 따라 선형적이지는 않지만 등가 포아손비는 감소하였다. 이중 푸리에 사인시리즈법을 이용해 단층으로 등가화된 직사각형 평판의 고유진동수 매개변수를 계산하였다. 구성방정식의 행렬식을 만족시킬 때 얻어지는 고유 진동수 매개변수를 유한요소법에 의한 해석 결과와 비교하였다. 이중 푸리에 사인시리즈법과 유한요소 프로그램인 ANSYS와의 결과가 거의 차이가 없음을 알 수 있었다. 경계조건에 따른 각각의 고유진동수 매개변수에 대응하여 푸리에 시리즈 계수들의 상대비를 구하여 해당 고유모드를 구하였다.

이중 푸리에 사인시리즈법은 직사각형 평판의 고유진동수 및 고유모드를 정확히 구할 수 있으며 이는 모달 해석을 통하여 동적응력을 계산하는데 유용하게 이용될 수 있다¹²⁾. 등가화 방법은 대칭되지 않은 접착층과 압전효과를 고려하였으므로 금속-압전 세라믹이 적층된

형태인 전기유량변환 장치 제작시 유용하게 이용할 수 있으며, 초음파 영역의 장비에도 응용될 수 있다¹³⁾.

참 고 문 헌

1. S. Roberts, "Dielectric and Piezoelectric Properties of Barium Titanate", Phys. Rev., Vol. 71(12), pp. 890-895 (1945).
2. Satoru Fujishima, "Piezoelectric Materials and Applications for Audio Frequency", EA 84-1 (1984).
3. W. J. Denkmann, "Analysis of structural-acoustic interactions in metal-ceramic transducers", Transactions of the IEEE AU-21, pp. 317-324 (1973).
4. N. T. Adelman and Y. Stavsky "Flexural-extensional behavior of composite piezoelectric circular plates", Journal of the Acoustical Society of America Vol. 67 pp. 819-822 (1980).
5. T. R. Mu, "The forced vibration of the metalpiezoceramic composite thin circular plates", Acustica Vol. 8 pp. 300-309 (1983).
6. J. X. Gao, "Three dimensional analysis for free vibration of rectangular composite laminates with piezoelectric layers", J. Sound Vib., Vol. 213(2), pp. 383-390 (1998).
7. S. Timoshenko, *Theory of plates and shells 2nd*, McGRAW-HILL international editions (1987).
8. Yuhuan Xu, *Ferroelectric materials and their applications*, Elsevier Science Pub. Co. (1991).
9. A. W. Leissa, "The free vibration of rectangular plates", J. Sound Vib., Vol. 31(3), pp. 257-293 (1973).
10. Kenneth H. Huebner and Earl A. Thornton and Ted G. Byrom, *The Finite Element Method for Engineers*, 3rd edition, A. Wiley-Interscience Publication, (1982).
11. Y. Kubota & E. H. Dowell, "Experimental investigation of asymptotic modal analysis for a rectangular plates", J. Sound Vib., Vol. 106(2), pp. 203-216 (1986)
12. R. C. Batra & X. Q. Liang, "The vibration of a rectangular laminated elastic plate

등가화 방법을 이용한 금속-압전 세라믹 적층평판의 진동해석.....고영준, 남효덕, 장호경

with embedded piezoelectric sensors and actuators", *Computers & Structures* Vol. 63(2), pp. 203-216 (1997).

13. Jin O. Kim, "Vibroacoustic characteristics of ultrasonic cleaners", *Applied Acoustics*, Vol. 58, pp. 211-228 (1999).